

Telecomunicación Analógica:
Principios de simulación y tratamiento de señal

Catalogación en la publicación – Biblioteca Nacional de Colombia

Gómez Rojas, Jorge

Telecomunicación analógica : principios de simulación y tratamiento de señal / Jorge Gómez Rojas, Luis Leonardo Camargo Ariza, Byron Medina Delgado. -- 1a. ed. – Santa Marta : Universidad del Magdalena, 2017.

102 p.

Incluye bibliografía.

ISBN 978-958-746-083-4 -- 978-958-746-084-1 (e-book)

1. Sistemas de telecomunicación 2. Procesamiento de señales I. Camargo Ariza, Luis Leonardo II. Medina Delgado, Byron III. Título

CDD: 621.382 ed. 23

CO-BoBN- a1006850

Primera edición, agosto de 2017

©UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA

Editorial Unimagdalena
Carrera 32 No. 22 - 08
(57 - 5) 4217940 Ext. 1888
Bloque 8 - Segundo Piso
Santa Marta D.T.C.H. - Colombia
editorial@unimagdalena.edu.co

Colección: Ingeniería Eléctrica, Electrónica e Informática

Rector: Pablo Vera Salazar
Vicerrector de Investigación: Ernesto Amaru Galvis Lista
Coordinador de Publicaciones y Fomento Editorial: Jorge Enrique Elías-Caro

Diseño de portada y diagramación: Luis Felipe Marquez Lora
Corrección de estilo: Gran Caribe, Pensamiento, Cultura, Literatura
Catalogación en la publicación: Biblioteca Nacional de Colombia

Santa Marta, Colombia, 2017

ISBN : 978-958-746-083-4 (impreso)

ISBN: 978-958-746-084-1 (digital)

Impreso y hecho en Colombia - Printed and made in Colombia
Xpress Estudio Gráfico y Digital (Bogotá)

El contenido de esta obra está protegido por las leyes y tratados internacionales en materia de Derecho de Autor. Queda prohibida su reproducción total o parcial por cualquier medio impreso o digital conocido o por conocer. Queda prohibida la comunicación pública por cualquier medio, inclusive a través de redes digitales, sin contar con la previa y expresa autorización de la Universidad del Magdalena.

Las opiniones expresadas en esta obra son responsabilidad del autor y no compromete al pensamiento institucional de la Universidad del Magdalena, ni genera responsabilidad frente a terceros.

Telecomunicación Analógica

Principios de simulación y tratamiento de señal

**Jorge Gómez Rojas
Luis Leonardo Camargo Ariza
Byron Medina Delgado**

Contenido

Presentación.....	9
1. Introducción.....	11
1.1. Elementos de un sistema de telecomunicaciones.....	11
1.1.1. Atenuación.....	13
1.1.2. Distorsión.....	13
1.1.3. Interferencia.....	13
1.1.4. Ruido.....	13
1.2. Unidades logarítmicas.....	14
1.2.1. Unidades referidas.....	14
1.3. El espectro electromagnético y entes reguladores.....	16
1.4. Ancho de banda y capacidad de transmisión.....	18
1.5. Modos de transmisión.....	19
1.5.1. Simplex.....	19
1.5.2. Half dúplex.....	19
1.5.3. Full dúplex.....	19
1.6. Mezclado y modulación.....	20
1.7. Productos cruzados.....	21
1.8. Ruido eléctrico.....	23
1.9. Relación señal a ruido.....	25
1.10. Figura de ruido	25
1.11. Sensibilidad.....	25
2. Simulación de señales.....	26
2.1. Señales de energía y potencia.....	39
2.1.1. Señales de energía.....	40
2.1.2. Señales de potencia	40
2.2. Densidad espectral de energía.....	44
2.3. Densidad espectral de potencia.....	45
2.3.1. Densidad espectral de energía en señales aleatorias.....	45

2.4. Señales elementales.....	46
2.4.1. Función impulso unitario.....	46
2.4.2. Función escalón unitario.....	47
2.4.3. Función signo.....	47
2.4.4. Función rectángulo.....	47
2.4.5. Función SinC.....	48
2.5. Convolución de señales.....	48
2.5.1. Propiedades de la convolución.....	49
3. Filtros.....	51
3.1. Parámetros de los filtros ideales.....	52
3.1.1. Banda de paso.....	52
3.1.2. Banda de rechazo.....	52
3.2. Modelos de filtros ideales.....	52
3.2.1. Modelo pasabajo.....	53
3.2.2. Modelo pasabanda.....	53
3.2.3. Modelo pasaalto.....	53
3.3. Filtros reales.....	53
3.3.1. Aproximación de Butterworth.....	54
3.3.2. Aproximación de Chebyshev.....	54
3.3.3. Aproximación elíptica o de Cauer.....	56
3.4. Diseño de filtros usando SIMULINK®	57
4. Sistemas de transmisión analógica: modulación lineal.....	66
4.1. Modulación de amplitud de doble banda lateral sin portadora.....	67
4.2. Modulación en amplitud con portadora (DSBFC).....	73
4.3. DSBFC multitono.....	75
4.4. Modulación en amplitud de banda lateral única (SSB).....	76
4.4.1. Implementación de SSB.....	77
4.5. Modulación en amplitud de banda vestigial (VSB).....	81
5. Sistemas de recepción analógica: demodulación de AM.....	83
5.1. Recepción coherente o síncrona.....	83
5.2. Recepción no coherente o por detección de envolvente.....	86
5.3. Receptor homodino.....	89
5.4. Receptor superheterodino.....	89
5.4.1. Frecuencia imagen.....	91

6. Modulación en frecuencia (FM)	91
6.1. Cálculo del índice de modulación para FM.....	93
6.2. Ancho de banda para FM.....	94
6.2.1. Regla de Carlson.....	95
6.3. Potencia de FM.....	95
Bibliografía	99

Presentación

Este material ha sido preparado basado en la experiencia docente de los autores y en las necesidades que experimentan los discentes de los cursos de Telecomunicaciones en cuanto a la verificación de fenómenos físicos se refiere. Las señales empleadas en los sistemas de Telecomunicaciones usualmente son de alta frecuencia y requieren de un alto nivel de abstracción para su análisis. Ver, comparar, contrastar e inferir sobre estas es parte de los objetivos a alcanzar con la vivencia de experiencias prácticas desarrolladas en los laboratorios, en donde es deseable corroborar las leyes físicas mediante la instrumentación y el equipamiento adecuado. Sin embargo, cuando un laboratorio adolece de los equipos necesarios o la cantidad de los mismos no es suficientemente adecuada, es posible recurrir a la simulación como método de enseñanza-aprendizaje.

Este libro no pretende reemplazar los textos guías tradicionales, por el contrario, intenta preparar a los discentes en una alternativa válida para la comprobación de los fenómenos al procesar señales en alta frecuencia, mediante el uso de la herramienta computacional Simulink de Mathworks. El documento está distribuido por capítulos, siendo el primero una introducción a los elementos que conforman un sistema de telecomunicaciones. Las definiciones empleadas para los fenómenos clásicos son abordadas desde la experiencia y desde la argumentación bibliográfica. En seguida, es presentado un aparte para el manejo de las unidades logarítmicas que son fuertemente empleadas en el área. La regulación es uno de los temas más complejos, siendo documentados los principales entes reguladores a nivel global y como referentes para el nivel local.

En el capítulo 2 son mostradas las formas más comunes de simular una señal, las señales básicas que sirven de prueba y la clasificación de las señales. Los fenómenos de mezclado, usando señales de baja frecuencia que, como ejemplo, ilustran los primeros pasos en la simulación por Software especializado.

Uno de los elementos más empleados en la electrónica de aplicación es el filtro. El capítulo 3 presenta definiciones básicas con el fin de aplicar en diferentes casos de estudio la herramienta de apoyo en el diseño y la simulación provista por Simulink de Mathworks.

El capítulo 4 muestra los principios conceptuales y de simulación en el tratamiento de señal en sistemas de modulación lineal. Se aplican simulaciones para sistemas de doble banda lateral (con y sin portadora), banda lateral única y sistemas banda base multitono. Los tipos de recepción son explicados y evidenciados en la unidad 5.

El siguiente y último aparte, muestra la simulación de sistemas analógicos modulados angularmente (frecuencia y fase).

1. Introducción

El hombre ha evolucionado gracias a su necesidad de ser socialmente activo, a la necesidad de transmitir sus pensamientos, necesidades y deseos. Esta característica ha permitido diferenciar la especie humana y ubicarle en la punta de la pirámide evolutiva.

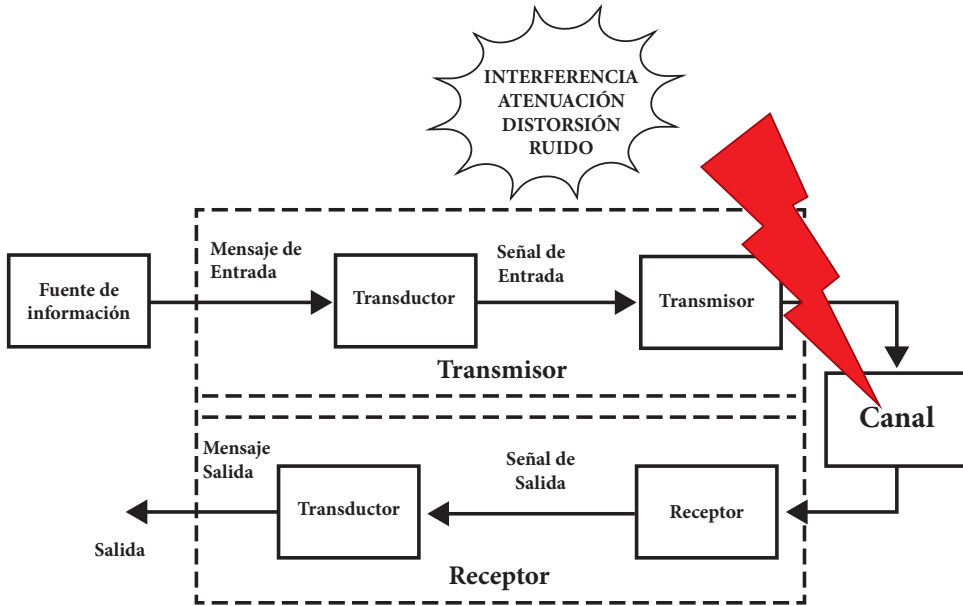
El principal acto que conlleva a desarrollar estas actividades de comunicación es el empleo de un conjunto de símbolos que conforman un alfabeto. Si dicho alfabeto es conocido por quien desea transmitir un mensaje y también es conocido por el receptor, se está en presencia de una comunicación.

La principal idea de un sistema de comunicaciones es transmitir información. Usualmente, no se tienen en el mismo contexto geográfico el transmisor y el receptor, por ello el hombre ha desarrollado herramientas que han permitido superar la barrera de la distancia para lograr su objetivo evolutivo. Cuando es empleado un sistema que permite realizar una comunicación a una distancia considerable, se está en presencia y uso de un sistema de telecomunicaciones. Hoy día la mayor parte de nuestras comunicaciones emplean estos sistemas.

1.1. Elementos de un sistema de telecomunicaciones

Los elementos básicos de un sistema de telecomunicaciones se muestran en la figura 1.1. Inicialmente, la información es entregada por una fuente. Esta información usualmente es entregada en formato analógico ya que de esa naturaleza es nuestro mundo. Para introducir esta señal de naturaleza física es necesario pasarla por un dispositivo que la convierta en una señal de naturaleza eléctrica: un transductor.

Figura 1.1
Sistema básico de telecomunicaciones y los principales elementos que afectan al canal



Una vez la señal de información se encuentra en el dominio eléctrico (voltajes o corrientes), pasa a un transmisor propiamente dicho, que se encarga de adaptar la señal de información al medio por el cual se desea transmitir. Es de notar que cuando se diseñan estos componentes, los criterios de diseño incluyen la definición del medio por el cual se va a propagar la señal y las cantidades de señal que se desplazarán por unidad de tiempo.

En el canal es posible la aparición de señales y fenómenos no deseados pero que son naturales e inherentes, propios del medio. La idea del bloque transmisor es evitar que estos factores, como lo son la atenuación, el ruido, la distorsión y la interferencia, afecten la señal de información. De otra parte, la función del bloque receptor es contrarrestar los efectos del canal, permitiendo la recuperación de la información. En ese orden, son definidos estos factores, los cuales pueden llegar a confundirse entre sí.

1.1.1. Atenuación

Es el debilitamiento que sufre la señal a medida que recorre el canal y es debido a la naturaleza resistiva del mismo. Normalmente, sus unidades son presentadas en unidades logarítmicas dadas en decibeles por unidad de longitud.

1.1.2. Distorsión

La distorsión es la respuesta de un sistema electrónico, debido a su característica no lineal, ante la excitación de una señal. Para poder controlarla es necesario recurrir a circuitos compensadores. En ausencia de la señal de entrada la distorsión desaparece. Adicionalmente, el canal introduce una distorsión a la señal siendo esta de forma o amplitud y en fase, modificando su frecuencia a través de un corrimiento de fase.

1.1.3. Interferencia

Es la contaminación por sobreposición o solapamiento de señales de la misma naturaleza que la señal de interés, causando pérdida de la legibilidad o interoperabilidad en el receptor. La única forma de combatir la interferencia es a través de la regulación.

1.1.4. Ruido

Existen diferentes tipos de ruido que serán abordados en el aparte del mismo nombre, más adelante. Por ahora, es definido el ruido térmico como aquel que se suma en el canal (aditivo) y tiene las características de ser blanco por encontrarse a todo lo largo de la franja de frecuencias utilizables hoy día por los sistemas de comunicaciones. También es Gausseano por tener una distribución probabilística de dicha naturaleza, es decir, que los valores más frecuentes se encuentran alrededor de la media. A este ruido se le conoce como Ruido Blanco Gausseano, AWGN (Additive white Gaussian noise) por sus siglas en inglés.

Es importante destacar que las limitaciones de un sistema de telecomunicaciones son de tipo físicas y regulatorias. Los últimos conceptos hacen referencia a las limitaciones físicas. En cuanto a la legislación, se presenta a continuación.

1.2. Unidades logarítmicas

En el área de ingeniería y con gran uso en el campo de la telecomunicación es empleado el término decibeles. El decibel (dB) es una unidad logarítmica que expresa la relación entre dos potencias [1]. Está definido por la ecuación:

$$P_{dB} = 10 \text{Log}_{10} \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad (1.1)$$

Para que esta ecuación tenga validez tanto P_1 como P_2 deben ser cantidades homogéneas, es decir, que relacionen las mismas variables físicas y las mismas unidades [2]. La razón del nombre en esta unidad es debida a Alexander Graham Bell, a quien erróneamente se le atribuyó por mucho tiempo la invención del teléfono.

Los decibeles se emplean por dos razones principalmente: la primera es que en ingeniería se emplean con frecuencia un amplio rango de unidades. Es posible que un mismo plano se deban representar unidades por el orden de microvatios y unidades en el orden de vatios. Así, usando una escala logarítmica, su representación será más adecuada. En segundo lugar, las operaciones numéricas se simplifican ya que se reemplazan las multiplicaciones y divisiones por simples sumas o restas.

1.2.1. Unidades referidas

Cuando se emplean decibeles, usualmente se asocia a la ganancia/pérdida de un sistema y están relacionadas dos de las tres variables implicadas en la ecuación, es decir, la relación de dos magnitudes conocidas. Cuando se hace mención a una señal, se recurre a unidades referidas. Esto es, en la ecuación (1.1) se cambia por una unidad de referencia con valores absolutos [1], siendo el milivatio la cantidad más empleada para radiocomunicación. Así, una señal es posible expresarla en términos de referencia, como:

$$P_{dBm} = 10 * \log \left(\frac{P_1}{1mW} \right) \quad (1.2)$$

Cuyas unidades serán los dBm.

Potencia en términos de tensión

Es posible que en algunos sistemas, como la televisión o donde se manejen señales de campo eléctrico, se trabaja con decibeles expresados en términos de tensión. Para relacionar la tensión con la potencia se deben considerar las impedancias, según

$$P = \frac{V^2}{Z} \quad (1.3)$$

Y al reemplazar la ecuación (1.3) en (1.1) se tiene

$$P_{dBm} = 10 * \log \left(\frac{\frac{V_1^2}{R_1}}{\frac{V_2^2}{R_2}} \right) \quad (1.4)$$

Y bajo las propiedades de los logaritmos es posible llevar (1.4) a la forma

$$P_{dB} = 20 * \log \left(\frac{V_1}{V_2} \right) + 10 * \log \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \quad (1.5)$$

Si las impedancias son iguales, (1.5) se transforma en

$$P_{dB} = 20 * \log \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \quad (1.6)$$

Que se encuentra expresada en términos de tensiones y no de potencias. De forma análoga es posible encontrar otras unidades de referencia, por ejemplo, para campo eléctrico como dB (W/m²), dB (V/m), dB (μV/m), dB (A/m) y dB(μA/m). Algunos otros niveles pueden ser para expresar corriente, intensidad de campo y coeficiente de reflexión.

En telecomunicaciones, la unidad referida en términos de tensión más empleada es el dBμV. Aparece cuando en la ecuación V_2 toma unidades de 1 microvoltio (1 μV) y por ende V_1 bajo una misma impedancia determinada, la cual es normalmente 75Ω a menos que se indique lo contrario. La forma de calcular es la siguiente,

$$P_{dB\mu V} = 20 * \log \left(\frac{V_1(\mu V)}{1\mu V} \right) \quad (1.7)$$

1.3. El espectro electromagnético y entes reguladores

No siempre es viable tener un medio guiado como canal para el sistema de telecomunicaciones. Una alternativa es emplear la interfaz aire como medio o canal, usando ondas electromagnéticas como transporte de la información y empleando para tal fin enlaces de radiofrecuencia o radioenlaces.

Una tarea importante en la planificación e implementación de un sistema inalámbrico implica la asignación de frecuencias radioeléctricas, la concesión de una licencia de espectro electromagnético en caso de requerirse, los estudios de compatibilidad y el desarrollo de un plan de frecuencias. Las asignaciones de frecuencias y licencias para operar enlaces de radio son reguladas y concedidas por la autoridad nacional de cada país, guiados por la reglamentación internacional, siendo la más representativa la Comisión Federal de Comunicaciones de los Estados Unidos.

Como un anexo a la Organización de las Naciones Unidas (ONU) se encuentra la Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT) en donde todos los países del mundo son miembros y por lo tanto son signatarios del Estatuto de Radiocomunicación expedido por este ente. La asignación de bandas de frecuencias se rige por el Reglamento de Radiocomunicaciones. En la actualidad se trabaja comercialmente con radioenlaces hasta los 55 GHz ya que la electrónica aún no ha incursionado en bandas de frecuencia superiores, dadas las limitaciones de ancho de banda en los dispositivos semiconductores y sus costos de fabricación.

Para la situación de Colombia, el regulador es la Agencia Nacional del Espectro (ANE) adscrita al Ministerio de Tecnologías para la Información y Comunicaciones (MinTIC), mediante sanción de la Ley 1341 del 30 de julio de 2009.

La distribución de las frecuencias se da por bandas, las cuales se clasificaron según dos aspectos evaluados y propuestos por la UIT:

- La necesidad de los sistemas de telecomunicaciones
- Las propiedades de las ondas electromagnéticas

Una visión general de esta clasificación es apreciada en la tabla 1.1.

Tabla 1.1
Clasificación del espectro electromagnético según la UIT

Banda	Longitud de onda (m)	Frecuencia (Hz)
Rayos gamma	<10 pm	>30 EHz
Rayos X	<10 pm	>30 PHz
Ultravioleta extremo	<200 nm	>1,5 PHz
Ultravioleta cercano	<380 nm	>789 THz
Luz Visible	<780 nm	>384 THz
Infrarojo cercano	<2,5 μm	>120 THz
Infrarojo medio	<50 μm	>6,00 THz
Infrarojo	<1 mm	>300 THz
Microondas	<30 cm	>1 GHz
Ultra Alta Frecuencia - Radio	<1 m	>300 MHz
Muy Alta Frecuencia - Radio	<10 m	>30 MHz
Onda Corta - Radio	<180 m	>1,7 MHz
Onda Media - Radio	<650 m	>650 kHz
Onda Larga - Radio	<10 km	>30 kHz
Muy Baja Frecuencia - Radio	<10 km	>30 kHz

En la tabla se realiza una ampliación en la franja de radiofrecuencia. Esta banda de frecuencia es fundamental en la transmisión de información en sistemas inalámbricos, de tal forma que se encuentra regulada y legislada por los entes anteriormente mencionados: la UIT a nivel mundial y a nivel regional por la ANE. Así, es mostrada la tabla 1.2 con el detalle de las bandas de frecuencias.

Tabla 1.2
Clasificación del espectro electromagnético según la UIT.

Nombre	Abreviatura inglesa	Banda ITU	Frecuencias	Longitud de onda
Extra baja frecuencia	ELF	1	3-30 Hz	100.000 - 10.000 km
Super baja frecuencia	SLF	2	30-300 Hz	10.000 - 1000 km
Ultra baja frecuencia	ULF	3	300-300 Hz	1000 - 100 km
Muy baja frecuencia	VLF	4	3-30 KHz	100 - 10 km
Baja frecuencia	LF	5	30-300 KHz	10 - 1 km
Media frecuencia	MF	6	300-300 KHz	1 km - 100 m
Alta frecuencia	HF	7	3-30 MHz	100 - 10 m
Muy alta frecuencia	VHF	8	30-300 MHz	10 - 1 m
Ultra alta frecuencia	UHF	9	300-300 MHz	1 m - 100 mm
Super alta frecuencia	SHF	10	3-30 GHz	100 - 10 mm
Extra alta frecuencia	EHF	11	30-300 GHz	10 - 1 mm

Cabe anotar que, por el uso de cada banda de frecuencias, es necesario tener una licencia de parte del ente regulador. De esta manera, cada servicio se encuentra sometido a una concesión por un tiempo finito que garantiza que no exista interferencia.

Dadas las necesidades de desarrollo y de investigación, existen algunas bandas de frecuencias que no requieren licenciamiento, son de libre uso a nivel internacional y poseen un requerimiento de potencia. A estas bandas de frecuencias se les denomina ISM por sus siglas en inglés *Industrial, Scientific & Medical* [3]. De ellas existen muchas opciones, distintas bandas en el espectro radioeléctrico. Para la situación de Colombia se rigen por la Resolución 689 de 2004 del MinTIC, que menciona el uso de frecuencias determinadas, el uso de tecnologías de espectro ensanchado y la modulación digital, de banda ancha y baja potencia [4].

1.4. Ancho de banda y capacidad de transmisión

Técnicamente, el ancho de banda se define como la diferencia entre en la frecuencia superior y la frecuencia inferior de una banda de paso, donde

la señal decae en un 70 % de su magnitud máxima, en dichas frecuencias, denominadas frecuencias de corte [5]. La capacidad de transmisión es referida a los sistemas digitales, en donde se rige por la ecuación de Shannon para tasar cuánta información puede viajar por un medio específico en un ancho de banda determinado [5].

1.5. Modos de transmisión

Los sistemas de telecomunicaciones pueden clasificarse de acuerdo a la forma en que fluye la información entre el transmisor y el receptor. A pesar de que los medios físicos usados para las telecomunicaciones son bidireccionales, muchos sistemas que los emplean solo transmiten en un solo sentido o tienen la posibilidad de transmitir bidireccionalmente. En forma general, los sistemas de telecomunicaciones pueden clasificarse en tres categorías, descritas a continuación.

1.5.1. Simplex: Un sistema simplex o unidireccional es un sistema de comunicación en el que la información es enviada en una sola dirección. Radio y televisión son, por ejemplo, transmisiones simplex. Tanto radio y televisión emplean la interfaz aire para su difusión y esta interfaz puede ser empleada en forma bidireccional, pero es finalmente el servicio el que determina el modo de transmisión.

1.5.2. Half dúplex: En un sistema half dúplex o bidireccional no simultáneo, cada extremo puede transmitir información, pero sólo uno a la vez, solo uno puede acceder al medio en un instante de tiempo determinado. Para ello es necesaria la presencia de circuitos transmisores y receptores en cada extremo dedicados a arbitrar la comunicación, además de una forma de acceder al medio para evitar colisiones en las transmisiones bien sea por un código o por circuitos de control. El servicio más empleado que trabaja este modo de transmisión es el PTT (Push to Talk) apreciable en los antiguos, pero aún usados “*walkie-talkie*”.

1.5.3. Full dúplex: Un sistema full dúplex o bidireccional simultáneo es aquel en el que el sistema es capaz de transmitir información en ambas direcciones, al mismo tiempo.

El sistema de telefonía fija, a pesar de tener la capacidad de transmitir en ambas direcciones simultáneamente, debe considerarse como un sistema no

simultáneo, ya que el objetivo del sistema de telecomunicaciones es transmitir información. Este objetivo no es alcanzado por dos interlocutores que simultáneamente conversen. Según este criterio, solo las máquinas pueden realizar la transmisión simultánea, por tanto, un ejemplo muy dicente es Internet.

Dado que la información debe cambiar de medio de transmisión al abandonar el transmisor e incursionar en el canal, es necesario también cambiar la naturaleza de la señal. La forma convencional de realizar este cambio es mezclando la señal de información con una señal portadora. Esta última contiene las características necesarias para desplazarse por el medio de transmisión. Hay una estrecha relación entre los conceptos de mezclado y modulación.

1.6. Mezclado y modulación

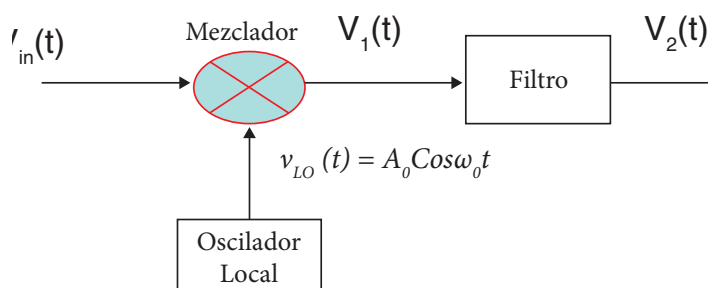
Los seres humanos se comunican principalmente a través del habla y la audición. El habla convencional contiene frecuencias de aproximadamente 100 Hz a aproximadamente 5 KHz en su mayor probabilidad de ocurrencia y con mayor potencia [6], recordando que la voz es una señal aleatoria. Un intento de propagar la voz en el espacio libre se enfrenta a dos problemas. El primero es la interferencia, ya que varios interlocutores comparten el mismo medio de propagación. La segunda dificultad se debe al hecho de que, en las ondas mecánicas de bajas frecuencias, como el habla, no se pueden propagar señales de manera eficiente en el espacio libre, mientras que las altas frecuencias de ondas electromagnéticas sí son posibles según las propiedades de las señales. El ancho de banda del receptor (oído) en los seres humanos impide percibir frecuencias por encima de 20 KHz que es, de hecho, insuficientemente alta como para transmitirse a grandes distancias.

Sin embargo, si podemos cambiar alguna propiedad de una fuente sinusoidal de mayor frecuencia en función del habla, entonces las perspectivas para la comunicación efectiva a través del espacio libre pasarían a convertirse en una posibilidad real.

La modulación es el proceso mediante el cual algunas características de una onda, llamada portadora, varían de acuerdo con alguna característica de otra, llamada señal de información, señal inteligente o señal modulante. El mezclado es la estrategia que se emplea para combinar estas señales a través de dispositivos

semiconductores, obteniendo una señal denominada señal modulada. Un diagrama de bloques de este proceso es mostrado en la figura 1.2.

Figura 1.2
Diagrama de bloques de un mezclador



Donde

$V_{in}(t)$ Es la señal de información

$V_1(t)$ Es la señal modulada sin filtrar

$V_2(t)$ Es la señal modulada de banda limitada

$V_{LO}(T)$ Representa la señal portadora

Los mezcladores son dispositivos no lineales de tres puertos que producen frecuencias de salida diferentes a las de entrada, empleando para tal fin una multiplicación matemática de dos señales de entrada. Tales dispositivos pueden ser diodos, FET, transistores bipolares, etc.

Es posible cambiar la amplitud de la señal de alta frecuencia (Amplitud Modulada, AM), cambiar el ángulo de fase de la portadora, en cuyo caso tenemos la modulación de fase (por su anglicismo *Phase Modulation*, PM), o la frecuencia, en cuyo caso se denomina modulación en frecuencia (frecuencia modulada, FM).

1.7. Productos cruzados

Cuando se mezclan dos señales y la mezcla es lineal, sencillamente se combinan las señales y no producen frecuencias adicionales, es decir, se realiza la suma lineal de la forma de ondas individuales.

Dado que los dispositivos semiconductores son elementos no lineales, las mezclas son de esta naturaleza. Por tanto, en el mezclado no lineal, cada factor de la potencia incluye un múltiplo de la frecuencia fundamental. A todos estos valores se les conoce como *armónicos*.

Los productos cruzados se definen como las sumas y restas de las frecuencias de entrada por sus armónicos, efecto que se conoce como *intermodulación*. Es posible calcularlos mediante:

$$PC = mf_1 \pm nf_2 \quad (1.8)$$

Donde m y n son enteros y positivos desde 1 hasta infinito. Se realiza la clarificación mediante un ejercicio numérico resuelto.

Ejemplo:

Se desean determinar los productos cruzados para valores de $m=1$ y $n=2$ de una señal de entrada que está compuesta por una frecuencia A de 10 KHz y otra frecuencia B de 12 KHz.

Se aplica la ecuación (1.8) y como resultado de la variación de m y n se obtiene la tabla 1.3, mostrada a continuación.

Tabla 1.3
Valores de los productos cruzados de ejemplo.

m	n	f_1 (Khz)	f_2 (Khz)	f_{out} (Khz)
1	1	10	12	2 - 22
1	2	10	24	14 - 34
2	1	20	12	8 - 32
2	2	20	24	4 - 48

Puede apreciarse la gran contaminación, es decir, las frecuencias no deseadas debido a la no linealidad del dispositivo semiconductor encargado de mezclar las señales asociadas. Para evitar estas espurias es necesario aplicar un filtrado antes de colocar la señal mezclada en la interfaz o en los medios de comunicaciones.

1.8. Ruido eléctrico

En 1927, John Bertrand Johnson (1887-1970) llevó a cabo una serie de experimentos que demostraron que el ruido eléctrico existe en todos los conductores y que este ruido es inherente y no el resultado del diseño con elementos de cierta calidad [7]. En 1928, Harry Nyquist (1889-1976) aplicó los principios de la Mecánica Cuántica y de la estadística, derivando una base teórica de la fórmula de Johnson. Esta propuesta de ruido térmico, como tal, se llama ruido Johnson o ruido de Johnson-Nyquist, descrito por:

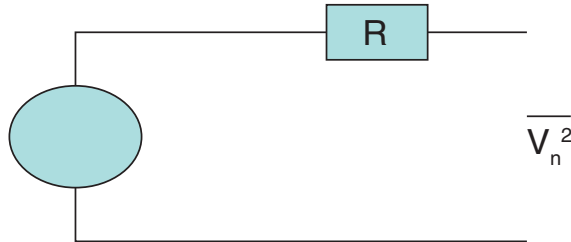
$$P = ktB \quad (1.9)$$

Donde P es la potencia de ruido total, k es la constante de Boltzmann, T es la temperatura en grados Kelvin, y B es el ancho de banda. Es de notar que la potencia de ruido propuesta por Johnson-Nyquist en un medio conductor es independiente de su valor resistivo.

La causa del ruido de Johnson es el movimiento aleatorio de los electrones dentro del conductor. Esto explica por qué la potencia de ruido es independiente de la resistencia, que solo depende de la temperatura.

La magnitud de la potencia de ruido es fundamental ya que permite evaluar el límite inferior de la señal recibida para que pueda ser interpretada. Es posible modelar el ruido térmico en un resistor como una fuente de tensión en serie con un resistor no ruidoso, como es mostrado en la figura 1.3.

Figura 1.3
Modelo circuital de un resistor ruidoso

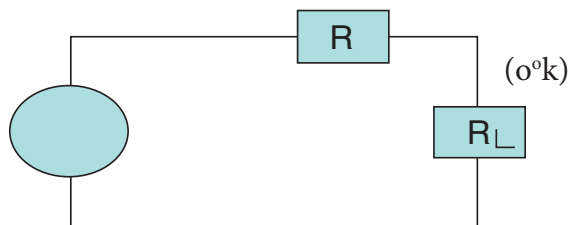


El ruido térmico en los terminales de un resistor de R (Ohmios) a la temperatura T en grados Kelvin ($^{\circ}k$) en un ancho de banda B , presenta un valor eficaz de

$$V_n = \sqrt{4KTRB}, \quad k = 1.38^{23} \text{ Joules}/^{\circ}k \quad (1.10)$$

Al conectar una carga resistiva no ruidosa, se obtiene el equivalente Thevenin de la figura 1.4. Cabe notar que para que la carga no sea ruidosa debe estar en el cero absoluto, punto en el cual no hay movimientos de los electrones en el conductor.

Figura 1.4
Conexión de una carga no ruidosa y su modelo Thevenin



La potencia de ruido en función de la corriente que atraviesa la carga es

$$N = i_n^2 R_L \quad (1.11)$$

En esta situación es deseada la máxima transferencia de potencia, para ello $R = R_L$ de tal forma que analizando la figura 1.4 se tiene que:

$$i_n^2 = \frac{V_n}{2R} = \frac{\sqrt{4KTBR}}{2R} \quad (1.12)$$

arrojando como resultado la ecuación que cuantifica la potencia de ruido en una carga, por ejemplo, un receptor:

$$N = KTB \text{ (Watts)} \quad (1.13)$$

1.9. Relación señal a ruido

Es el valor que relaciona el nivel de la señal en los terminales del receptor con respecto del ruido adicionado en el medio. Técnicamente, representa el mínimo valor de la magnitud de la señal en el receptor que permite recuperar la información transmitida.

1.10. Figura de ruido

Es la relación de las potencias de ruido a la salida de un receptor y la que aparecería si el receptor no produjera ruido, estando la fuente a la temperatura ambiente (290°k)

$$F = \frac{K(t_o + t_L)B}{Kt_o B} = 1 + \frac{t_L}{t_o} \quad (1.14)$$

donde t_o es la temperatura de referencia y t_L la temperatura de ruido del receptor.

1.11. Sensibilidad

Es el parámetro del receptor que indica el mínimo de valor de la relación señal/ruido para que el sistema funcione correctamente y condiciona el máximo alcance de la comunicación.

2. Simulación de señales

MATLAB[®] es una plataforma licenciada de análisis numérico y simbólico basada en resolución matricial implantada en un lenguaje de alto nivel desarrollado por MathWorks[®] [8]. Es posible implementar algoritmos, modelos y funciones propias, emplear funciones preestablecidas e incluso descargar desarrollos de terceros desde el sitio web del fabricante. Al igual que MATLAB[®], SIMULINK[®] es una herramienta matemática computacional licenciada orientada al gráfico, específicamente a los diagramas en bloques [8]. Además, posee la característica de generar código o interactuar con variables de MATLAB[®], haciendo una dupla muy empleada en los artículos científicos, en la producción industrial basada en investigación y, en general, en la comunidad académica.

Este capítulo inicia con el establecimiento de un concepto clave: una señal. Las señales son representaciones (usualmente bidimensionales) de una o más variables dependientes, la cual muestra el comportamiento de una perturbación física que varía mientras transcurre el tiempo [9]. Si la componente del tiempo es una variable que es unívoca y continua, estamos en presencia de una señal continua en el tiempo. Si por el contrario su dominio presenta cantidades exactas y finitas en un intervalo, aun conservando su continuidad, nos referiremos a una señal discreta.

En cuanto a su dimensión de magnitud, las señales pueden presentar la misma característica de continuidad o no, pero la denominación del tipo de señal varía [10]. Las posibilidades se limitan a cuatro tipos de señales según el comportamiento de sus dimensiones: analógicas si su amplitud y tiempo son continuos; muestreadas si su magnitud es continua y su tiempo discreto; cuantizada si el tiempo es continuo pero la amplitud es discreta y, finalmente, digital si tanto el tiempo como la amplitud son discretos.

Como se aprecia en la anterior clasificación, solo una señal es analógica cuando sus variables asociadas son continuas; por demás, serán discretas. Dentro de las señales discretas se encuentran las muestreadas y cuantizadas, que son las etapas iniciales del proceso de digitalización de una señal. MATLAB[®] no trabaja con señales continuas, pero hace una representación de ellas mediante la gráfica de multiplicidad de muestras. Un ejemplo de ello se despliega en

a través del *SCRIPT1.m*. Lo anterior permite definir y ver la figura 2.1 que muestra una señal en apariencia analógica pero que realmente es discreta [11].

Una señal muestreada se obtiene por la toma de valores específicos de una señal continua en instantes de tiempo definidos [12]. Este proceso se reconoce como muestreo periódico o uniforme de señal continua y, con fines prácticos y para algunas aplicaciones, se efectúa a intervalos fijos de tiempo T_s llamados período de muestreo. Su valor recíproco $1/T_s$ se denomina frecuencia de muestreo (F_s) expresado en *muestras/segundo* o Hertz [13].

```
% =====
% SCRIPT1.m
% Script para graficar una señal sinusoidal simbólica
% =====
clear, clc;      % Permite iniciar variables y limpiar la pantalla
y = 'sin (2*pi*t)'; % Define a y como una función
syms t;         % Define t como una variable simbólica
eval (y);       % Evalúa numéricamente a y
ezplot (y)      % Realiza la gráfica de una función simbólica
```

CÓDIGO MATLAB 1. Script para graficar una señal sinusoidal simbólica.

Para graficar una señal muestreada es necesario y obligatorio la definición de los valores de magnitud en los respectivos instantes de muestreo. A través del comando *stem()* es posible obtener el resultado visual de la función. Es necesario considerar que las dimensiones de los vectores (matrices de una fila o una columna) deben ser iguales. Un ejemplo de la gráfica de una señal muestreada es presentada en el *SCRIPIT2.m*. Es propio recordar que MATLAB® trabaja por defecto con radianes como unidad angular [14].

Se describe a continuación una propuesta para obtener señales en SIMULINK® en el dominio del tiempo. SIMULINK® es posible iniciarlo desde MATLAB® a través de su icono característico ubicado en la barra de herramientas o a través de la escritura de su nombre en el área de trabajo de MATLAB® [14]. Una vez

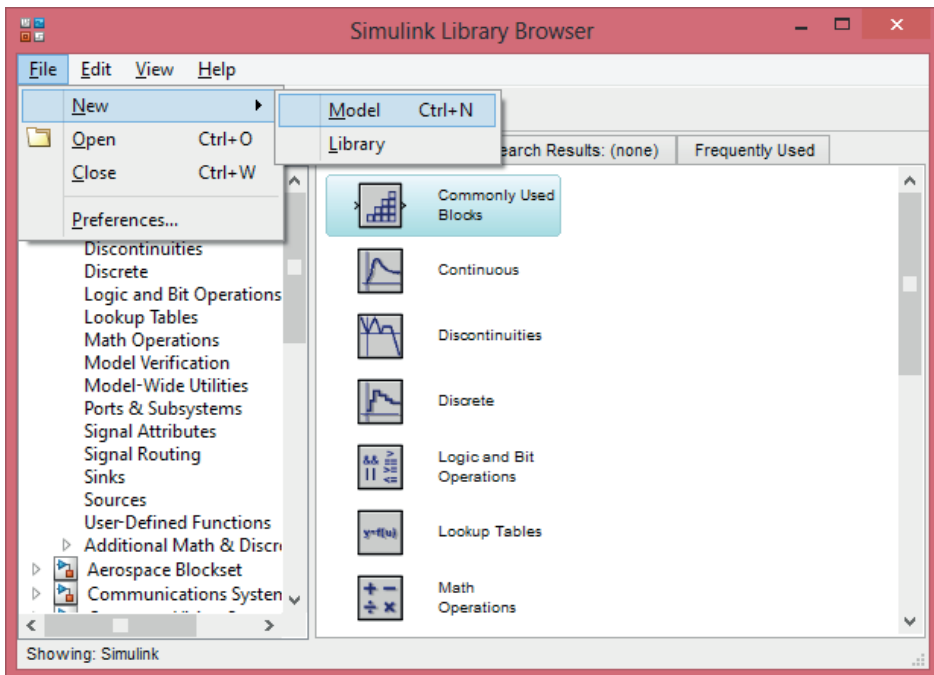
iniciado, se debe generar un área de trabajo para el diagrama de bloques a elaborar dentro de un nuevo *modelo*, como se muestra en la figura 2.1. Se debe seleccionar **File > New > Model**.

En la figura 2.1 también se aprecia la librería de SIMULINK®. De allí se obtienen todos los bloques funcionales, incluso aquellos que permiten ser modificados para una función de transferencia específica. De acuerdo con su funcionalidad e interrelación a una temática específica, los bloques se ubican ordenados por *toolboxes*. Los *toolboxes* son literalmente cajas de herramientas que agrupan bloques por aplicación o por tópico funcional [14].

Se toma a modo de desarrollo introductorio la señal sinusoidal de la red eléctrica convencional. Esta se pasa a través de un rectificador de media onda ideal y su resultado es visto en el *Scope*. Este es un visor que puede asimilarse a un osciloscopio y, por ende, apreciar una señal en el dominio temporal [11].

Figura 2.1

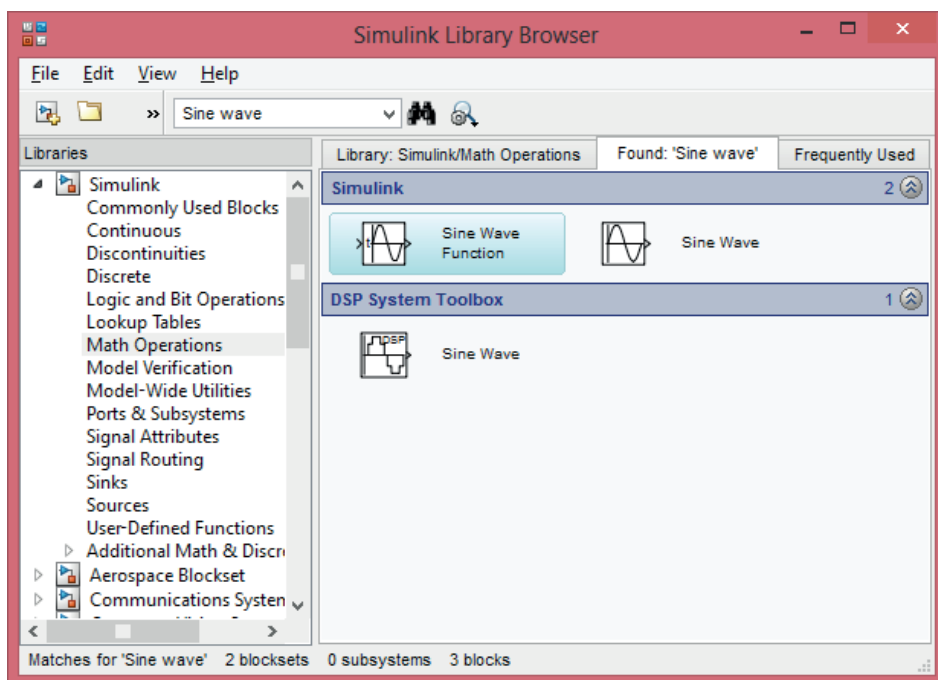
Una vez iniciado SIMULINK® se crea un área de trabajo llamada modelo en donde se ubicarán los bloques



En SIMULINK® existen diferentes fuentes de señal. Para la situación en particular se toma el bloque *Sine Wave*. Se puede obtener mediante la exploración en la librería o mediante su búsqueda precisa en la librería *Sources*. La búsqueda del bloque *Sine Wave* es mostrada en la figura 2.2. De forma similar se procede con la búsqueda del *Scope*. Los dos bloques, *Sine Wave* y *Scope*, son llevados al modelo. Para ello, se pueden emplear dos estrategias: la primera es dar doble clic sobre el bloque y la segunda es arrastrar el bloque con clic derecho sostenido hasta el modelo.

Figura 2.2

Búsqueda del bloque *Sine Wave* en SIMULINK®. Todos los bloques con esa denominación serán mostrados y existen diferencias entre sí

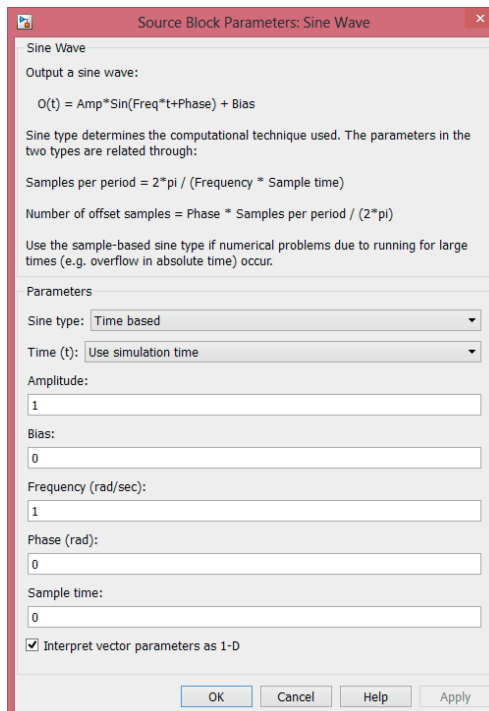


El bloque *Sine Wave* tiene dos opciones básicas de operación: continuo o discreto. Para mayor claridad se hace referencia a la figura 2.3. En la parte superior de todos los parámetros de configuración se presenta una breve descripción de su funcionamiento. Es posible también recurrir al botón de ayuda (*Help*), el cual abrirá una ventana de documentación con descripciones más extensas y ejemplificadas.

Se procede con la opción *Sine type* de *Parameters*. Existen dos opciones: *Time based* y *Sampled based*. Aunque parece la naturaleza de la base de tiempo no lo es literalmente. *Time based* es utilizado con gran frecuencia para expresarle a SIMULINK® que la simulación es basada en un tiempo específico de simulación y ajustado en las propiedades de simulación. *Sampled based* se emplea solamente en el evento en que el tiempo de simulación requerido sea bastante alto, lo cual en sistemas de telecomunicaciones no ocurre con frecuencia.

Los siguientes parámetros son más propios de la señal sinusoidal. En *Amplitude* se asignan las unidades correspondientes en valores pico. Si la señal posee un nivel de corriente continua (CC), este se describe en *Bias*. La frecuencia va descrita en términos angulares, por tanto, se debe emplear la relación (2.1) para su equivalencia.

Figura 2.3
Vista por defecto de los parámetros de configuración del bloque *Sine Wave* de SIMULINK®



$$\omega(\text{rad}/s) = 2\pi f(\text{Hz}) \quad (2.1)$$

Curiosamente y a pesar de hallar un bloque denominado *Sine Wave*, no existe un bloque para la función Coseno. Esta se puede implementar a partir de un desfase en los parámetros de *Sine Wave* en *Phase*. Las unidades nuevamente son los radianes por segundo.

Quizás el parámetro más relevante es *Sample time*. En él se define si la señal que se desea es continua o discreta según su base de tiempo. Si se ubica el valor de cero (0), SIMULINK® interpreta esa señal como una señal continua para su visualización por medio del *scope*. Interpreta que existen infinitas muestras. En la figura 2.4 es evidenciada la gráfica de la señal continua $x(t)$ descrita por:

$$x(t) = 170\text{Sin}(2\pi 60t), \text{ (V)} \quad (2.2)$$

Un aspecto importante a tomar en cuenta es el tiempo de ejecución de la simulación y los demás parámetros asociados. Es posible invocar la ventana de configuración de la simulación con las teclas **Ctrl** y **E** simultáneamente presionadas. También se puede recurrir al menú en las opciones **Simulation** > **Model Configurations** > **Parameters**. La ventana de configuración por defecto es presentada en la figura 2.5.

Figura 2.4

Gráfica del Scope de SIMULINK® para la señal sinusoidal configurada en el *Sine Wave* con los parámetros de la red eléctrica convencional

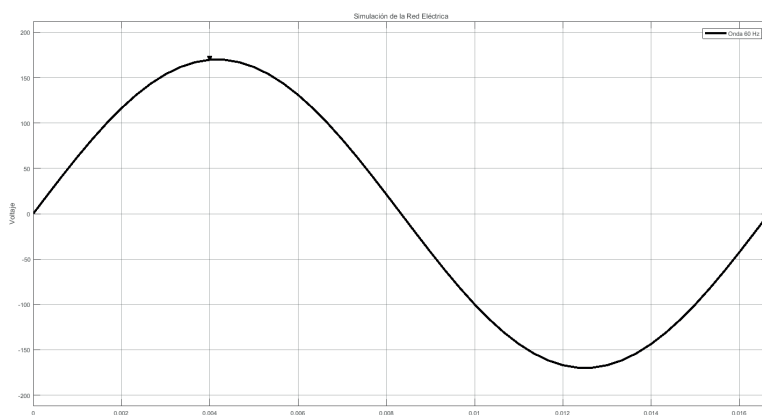
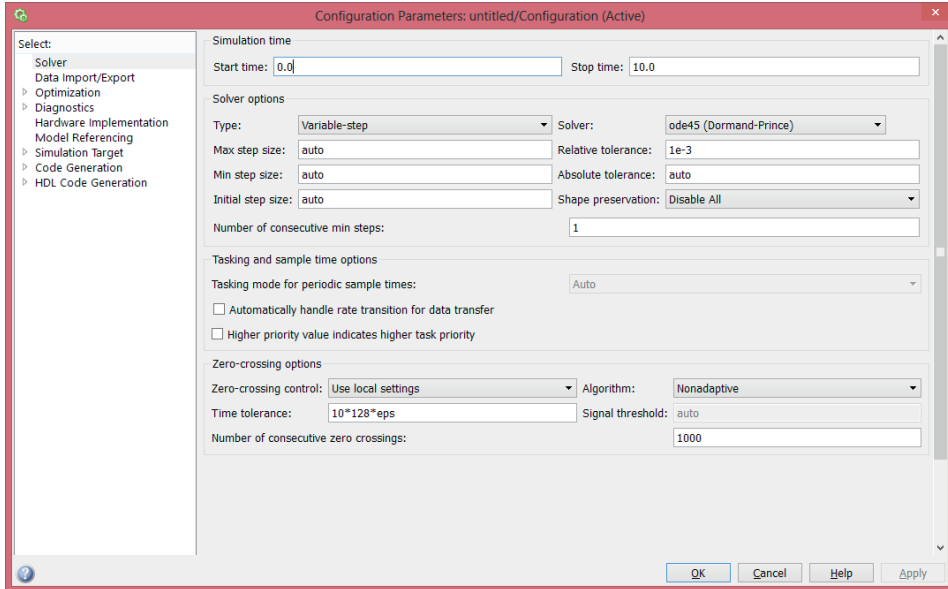


Figura 2.5
Vista por defecto de los parámetros de configuración de la simulación del diagrama de bloques presentado en SIMULINK®



El tiempo de inicio y fin de la simulación van correlacionados con las frecuencias de las señales implicadas en el diagrama de bloques del modelo y el número de ciclos que se desean desplegar en el *Scope*. Adicional a esto, las variables del *Solver Options* definen el algoritmo como SIMULINK® procederá a resolver la simulación, permiten la definición de la ventana temporal en la cual se tomarán las muestras y establecen la tolerancia con la que actuará la resolución del algoritmo.

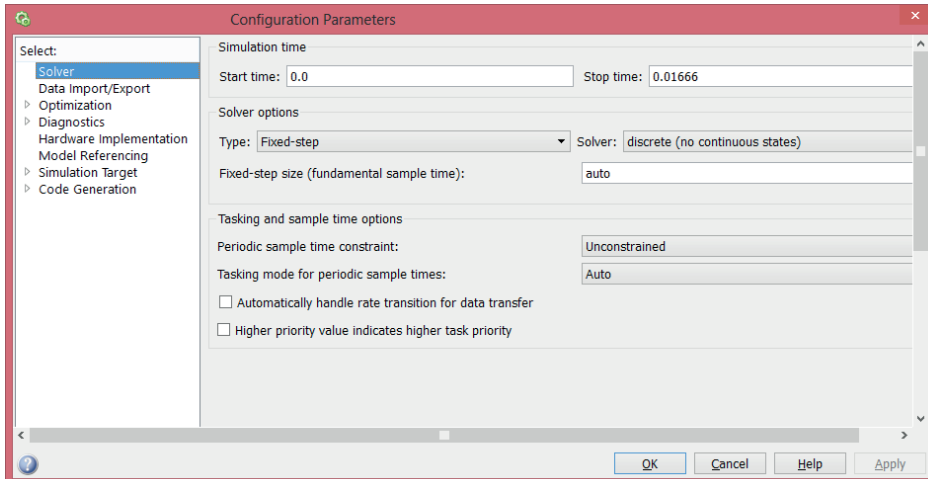
Para el análisis de señales de tiempo continuo, los parámetros del *Solver Options* no afectan en un grado importante la señal graficada por el *Scope*. Su mayor variabilidad se presenta cuando se realiza análisis en el dominio de la frecuencia y, por tanto, se visualiza con el *Spectrum Scope*. El *Spectrum*

Scope es la herramienta provista por SIMULINK® para analizar señales desde el dominio frecuencial, similar a un analizador de espectro.

En la figura 2.6 se presenta la configuración de simulación para apreciar un periodo de la señal de la red eléctrica convencional y en la figura 2.7 se aprecia el modelo a simular.

Figura 2.6

Parámetros de configuración de la simulación para el ejemplo ilustrativo de la señal sinusoidal de la red eléctrica convencional en SIMULINK®



Como se aprecia en la figura 2.7, hay un rectificador de media onda. Este se implementa con un bloque denominado *Transition*. En él se configuran los niveles de los límites superior e inferior para, literalmente, suprimir la señal.

No es necesario un *Scope* para cada señal implicada en el modelo. Se pueden configurar el número de entradas sobre la gráfica a través del ícono de configuración, como lo muestra la figura 2.8.

MODELO DE SIMULINK® 1. Simulación de la red eléctrica convencional

Figura 2.7.
Simulación de la señal sinusoidal de la red eléctrica convencional para el ejemplo ilustrativo en SIMULINK®

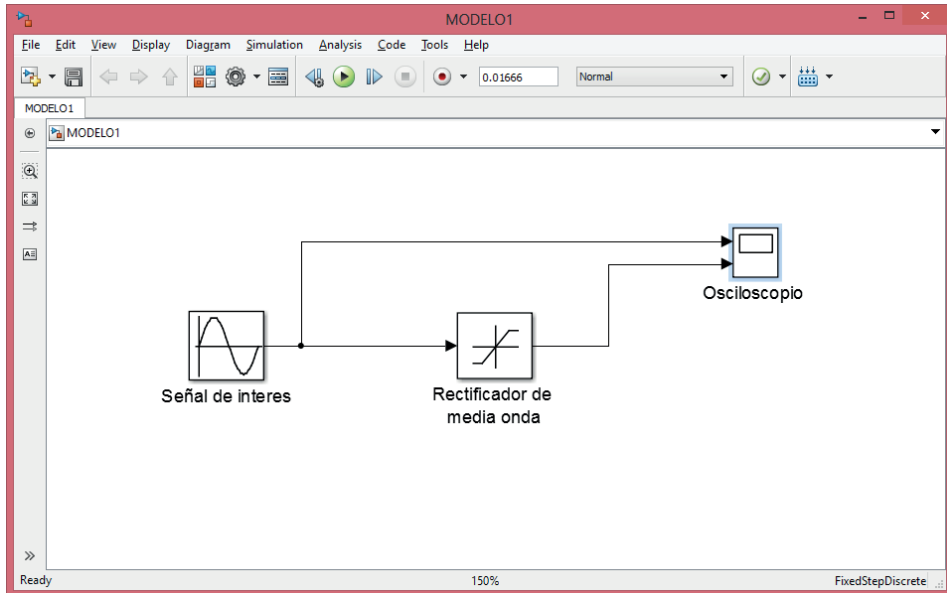
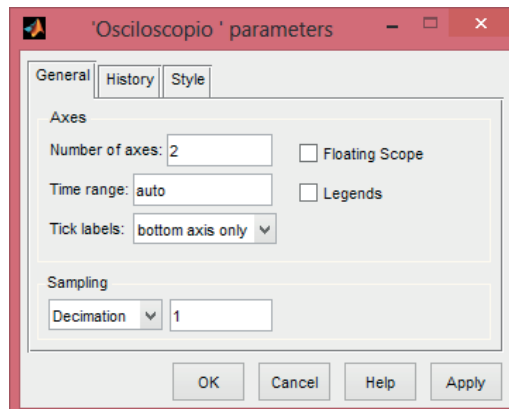
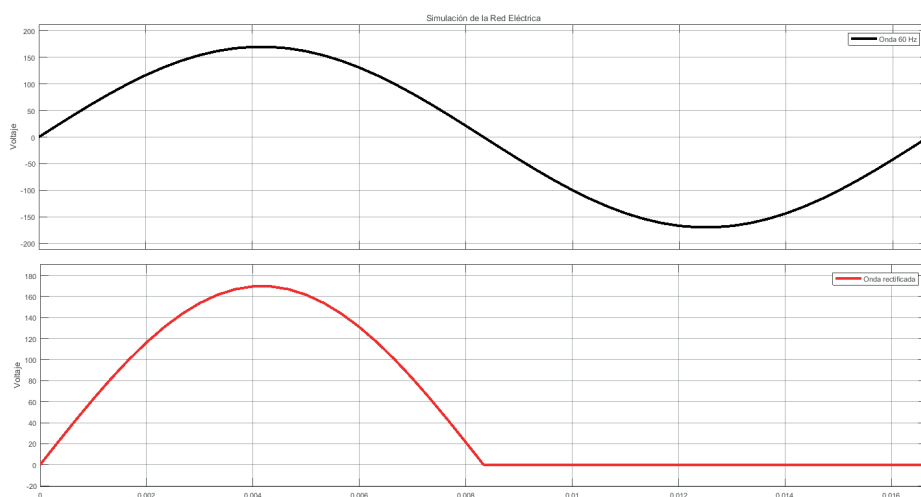


Figura 2.8
Ventana de configuración de los parámetros de *Scope*, en el cual se agregan señales de entrada en la casilla *Number of axes*



El resultado de la simulación de la señal de sinusoidal de la red eléctrica convencional y la salida del rectificador de media onda se presenta en la figura 2.9.

Figura 2.9
Salida de la simulación del modelo de red eléctrica convencional en el dominio del tiempo



Una de las herramientas fundamentales en la ingeniería es el análisis en el dominio de la frecuencia [5]. A continuación, una propuesta metodológica para obtener una representación de una señal en el dominio de la frecuencia a través de SIMULINK®. Se continúa con el ejemplo introductorio a la señal sinusoidal de la red eléctrica convencional. Esta se pasa a través de un rectificador de media onda y su resultado es visto en el *Spectrum Scope*.

En primera instancia, con el mismo método de búsqueda es invocado el *Spectrum Scope* desde la librería. Cabe notar que la coexistencia del osciloscopio y del analizador de espectros en un mismo modelo en SIMULINK® no producen resultados satisfactorios. Es posible que se generen errores o que no se obtenga una representación conveniente a una de las dos dimensiones, el tiempo o la frecuencia. La razón de la afirmación anterior está basada en los parámetros de configuración de la simulación y en la configuración del *Sine Wave*.

Ahora el modelo está definido por la figura 2.10. Se debe hallar un parámetro conocido como la resolución frecuencial. Este valor permitirá hacer saber a

SIMULINK® el tamaño del paso que dará en su escala de frecuencia para la gráfica de la señal de interés en el dominio de la frecuencia. Este mismo valor está estrechamente relacionado con el *Sample time* de *Sine Wave* mencionado con anterioridad. También es posible que aparezca en la configuración de la simulación.

La resolución espectral viene dada por la ecuación (2.3).

$$Vf = \frac{f_s}{2^N} \quad (2.3)$$

donde

Vf Es la resolución espectral

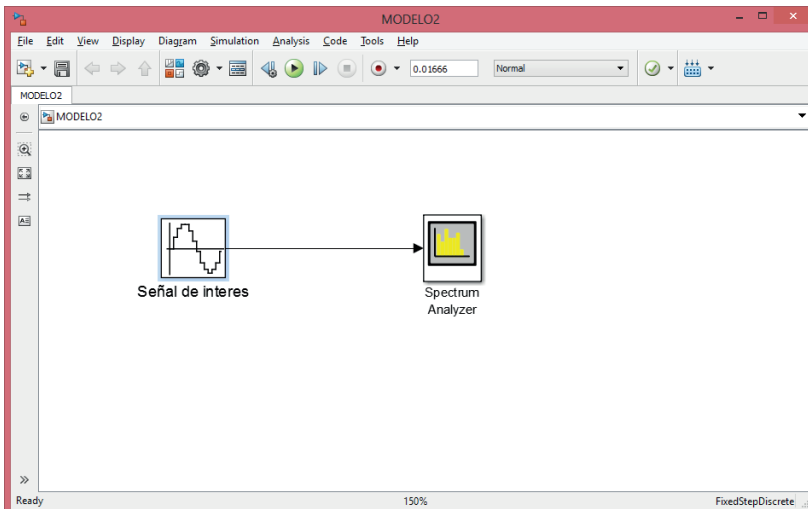
f_s Es la frecuencia de muestreo tomada desde *Sine Wave*. Es el inverso del tiempo de muestreo (*Sample time*)

2^N Es el parámetro dado por la transformación rápida de Fourier

MODELO DE SIMULINK®1. Uso del analizador de espectro

Figura 2.10

Modelo de la simulación de la señal sinusoidal de la red eléctrica convencional usando el *Spectrum Scope* para análisis de frecuencia



Así los términos, el bloque *Sine Wave* toma la configuración mostrada en la figura 2.11. Se evidencia que el *Sample time* cambió con referencia a análisis temporal. En lugar de un cero que le indica a SIMULINK® que se trata de una señal analógica con infinitas muestras, ahora le indica el tiempo de muestreo. Este tiempo de muestreo es de simulación y así fue designado por los diseñadores de SIMULINK®. No tiene relación con el teorema del muestreo de Nyquist.

Dado que la frecuencia a utilizar es la de red eléctrica convencional, el *Sample time* (ST) viene dado por:

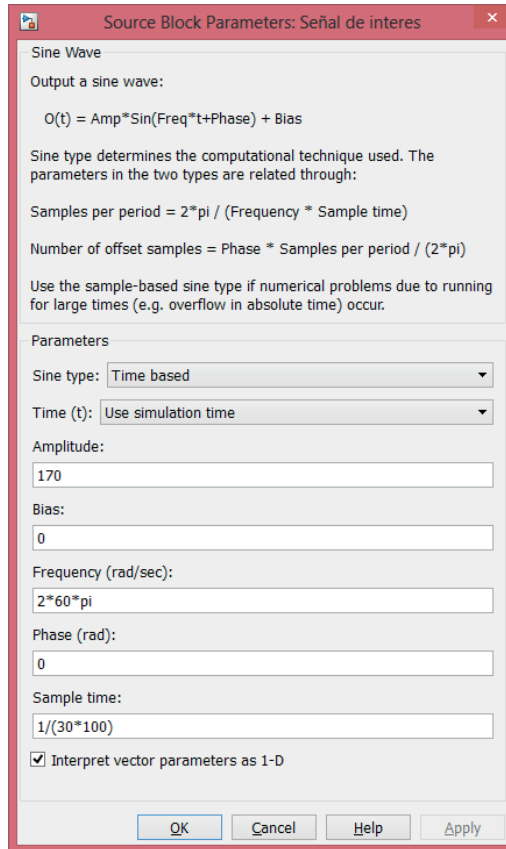
$$ST = \frac{1}{\text{frecuencia de la señal} * \text{número de muestras}} \quad (2.4)$$

donde el número de muestras es arbitrario. En cuanto al tiempo de simulación del modelo está dado por el inverso de la resolución espectral (2.3). Por ende, se debe establecer un valor de muestras de la transformada rápida de Fourier (FFT) acorde con la frecuencia de la señal de interés. Para el ejemplo se usará $2^{10} = 1024$ muestras para la FFT. Calculando en (2.3) con los valores de referencia del ejemplo en particular, se tiene:

$$Vf = \frac{f_s}{2^N} = \frac{3000}{1024} = 2.93 \text{ Hz} \quad (2.5)$$

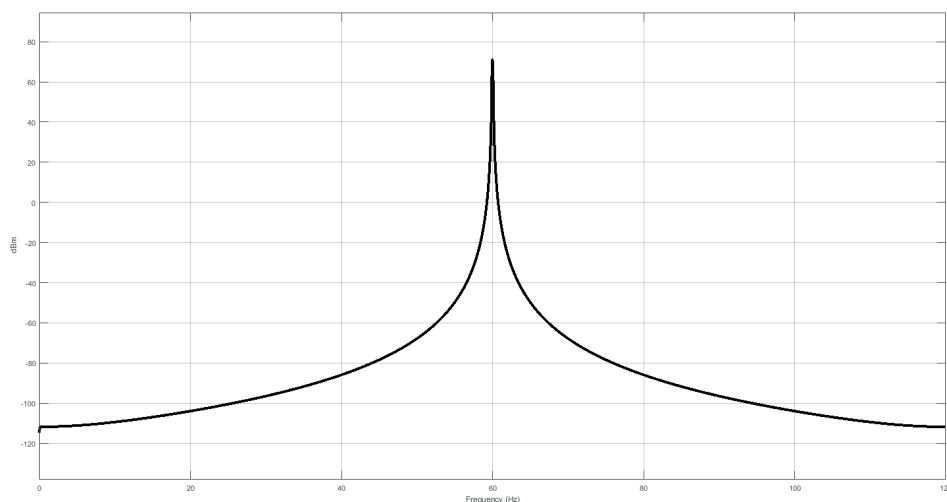
De (2.5) se infiere que el analizador de espectros tendrá una muestra cada 3 Hz aproximadamente para realizar la gráfica. Otra inferencia es que el tiempo en que debe detenerse la simulación es el inverso al valor hallado en (2.5), es decir 0.3413 segundos. Con estos datos, es posible obtener una gráfica en el dominio del tiempo para la señal sinusoidal de interés que, para el ejemplo, es la señal de la red eléctrica pública convencional. La gráfica del espectro se muestra en la figura 2.12.

Figura 2.11
Parámetros de configuración del *Sine Wave* para el análisis en frecuencia usando el *Spectrum Scope*



Se han descrito mediante SIMULINK[®] dos señales: una en el dominio temporal y otra en el dominio de la frecuencia. Estas metodologías propuestas son la base para representar y analizar muchas señales determinísticas.

Figura 2.12
Gráfica del *Spectrum Scope* para señal sinusoidal de la red eléctrica convencional



2.1. Señales de energía y potencia

Las señales empleadas en sistemas de telecomunicaciones pueden seguir un modelo de energía o un modelo de potencia [5]. Las señales periódicas son señales infinitas, por tanto, tienen energía infinita. Dado esto, se calcula la potencia entregada por dichas señales.

La potencia, por definición, es la energía por unidad de tiempo [15]. Una señal de potencia tiene una energía infinita y una potencia finita, mientras que una señal de energía tiene una energía finita y potencia cero, donde se calcula la potencia promedio como la energía a través del tiempo infinito [5]. Es evidente que una señal no puede ser una señal de potencia y una señal de la energía al mismo tiempo, pues son mutuamente excluyentes, pero es posible que una señal no sea alguna de las dos. Por ejemplo, una señal rampa no es ni una señal de potencia ni una señal de energía. Una señal rampa tiene una potencia infinita y energía infinita. Esta señal existe en teoría, pero no en el mundo real. Si una señal exponencial infinita se define como e^{at} , no es ni una señal de energía, ni una señal de potencia, siempre y cuando a sea un valor real positivo o negativo. Si el valor de a es cero o imaginario, la señal es una señal de potencia.

En resumen, las señales se pueden clasificar según:

- Señales de energía: Una señal de energía es una señal con energía finita y potencia promedio cero ($0 \leq E < \infty$, $P = 0$).
- Señal de potencia: Una señal de potencia es una señal con potencia promedio finita y con energía infinita ($0 < P < \infty$, $E = \infty$).

A continuación, se aclaran las ecuaciones que definen y cuantifican las señales, bien sea de potencia o de energía. En el caso que no sean ni de potencia ni de energía no se tratan, ya que no son físicamente realizables.

2.1.1. Señales de energía: La energía total de una señal $x(t)$ en el dominio del tiempo se define

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (2.6)$$

donde E es la energía normalizada, es decir, está referida a un Ohm (1Ω) y se expresa en Joules.

2.1.2. Señales de potencia: La potencia promedio de una señal $x(t)$ en el dominio del tiempo se define como (2.6) dividido en la unidad de tiempo, evaluándole en un periodo T

$$P = \frac{E}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (2.7)$$

Si la señal es periódica, no es necesario tomar el límite, quedando

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (2.8)$$

donde P es la potencia promedio normalizada y se mide en vatios.

Genéricamente, además de las definiciones, se pueden seguir las siguientes reglas para clasificar las señales:

- Las señales periódicas y aleatorias son de potencia.
- Las señales aperiódicas y determinísticas son de energía.

Ejemplos:

Se verifica si las señales definidas a continuación son señales de potencia, de energía o ninguna de las dos. Para cada situación se obtiene su cuantificación.

$$a(t) = 3\text{Sen}(2\pi t), \quad -\infty < t < \infty$$

Esta es una señal periódica, por lo que puede ser una señal de potencia. Se verifica inicialmente que cumpla con la condición de energía infinita según (2.6):

$$\begin{aligned} E_a &= \int_{-\infty}^{\infty} |a(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |3\text{Sen}(2\pi t)|^2 dt \\ &= 9 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} [1 - \text{Cos}(4\pi t)] dt \\ &= 9 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} dt - 9 \int_{-\infty}^{\infty} \cos(4\pi t) dt \\ &= \infty \quad \text{Joules} \end{aligned}$$

Dado que su energía es infinita, se evalúa según (2.8) si su valor de potencia es finito:

$$\begin{aligned}
 P_a &= \frac{1}{1} \int_0^1 |a(t)|^2 dt = \int_0^1 |3\text{Sen}(2\pi t)|^2 dt \\
 &= 9 \int_0^1 \frac{1}{2} [1 - \text{Cos}(4\pi t)] dt \\
 &= 9 \int_0^1 \frac{1}{2} dt - 9 \int_0^1 \text{cos}(4\pi t) dt \\
 &= \frac{9}{2} - \left[\frac{9}{4\pi} \text{Sen}(4\pi t) \right]_0^1 \\
 &= \frac{9}{2} \text{ W}
 \end{aligned}$$

La energía de esta señal es infinita y su potencia media es finita. Esto significa que es una señal de potencia. Es posible verificar que el valor de potencia promedio normalizada de una señal sinusoidal es su valor RMS al cuadrado. Se presenta otra señal para su respectivo análisis:

$$b(t) = 5e^{-2|t|}, \quad -\infty < t < \infty$$

Se aplica el método de la señal anterior,

$$\begin{aligned}
 E_b &= \int_{-\infty}^{\infty} |b(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |5e^{-2|t|}|^2 dt \\
 &= 25 \int_{-\infty}^0 e^{4t} dt + 25 \int_0^{\infty} e^{-4t} dt \\
 &= \frac{25}{4} [e^{4t}]_{-\infty}^0 + \frac{25}{4} [e^{-4t}]_0^{\infty} \\
 &= \frac{25}{4} + \frac{25}{4} = \frac{50}{4} \text{ Joules}
 \end{aligned}$$

determinando la potencia:

$$\begin{aligned}
 P_b &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |b(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |5e^{-2|t|}|^2 dt \\
 &= 25 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^0 e^{4t} dt + 25 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} e^{-4t} dt \\
 &= \frac{25}{4} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [e^{4t}]_{-T/2}^0 + \frac{25}{4} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [e^{-4t}]_0^{T/2} \\
 &= \frac{25}{4} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [1 - e^{-2T}] + \frac{25}{4} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [e^{-2T} - 1] \\
 &= 0 + 0 = 0
 \end{aligned}$$

Finalmente, se verifica que es una señal que cumple con los postulados para una señal de energía. Finalmente, una señal dada por:

$$c(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}}, & t > 1 \\ 0, & t \leq 1 \end{cases}$$

Se procede con el cálculo de la energía:

$$\begin{aligned}
 E_c &= \int_{-\infty}^{\infty} |d(t)|^2 dt = \int_1^{\infty} \frac{1}{t} dt \\
 &= \ln[t]_1^{\infty} \\
 &= \infty - 0 = \infty \quad \text{Joules}
 \end{aligned}$$

Teniendo energía infinita se verifica si es una señal de potencia:

$$\begin{aligned}
 P_c &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |d(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_1^{T/2} \frac{1}{t} dt \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \ln[t]_1^{T/2} \right) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \ln \left[\frac{T}{2} \right] - \frac{1}{T} \ln[1] \right) \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \ln \left[\frac{T}{2} \right] \right) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln \left[\frac{T}{2} \right]}{T} \right)
 \end{aligned}$$

Para resolver este límite, se recurre al teorema de *Le'hospital*:

$$P_c = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln \left[\frac{T}{2} \right]}{T} \right) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{2}{T}}{1} \right) = 0$$

Se verifica que no es una señal ni de potencia ni de energía.

Conociendo los modelos de energía y de potencia, es posible evaluar, según su tipo de señal, su respuesta en frecuencia.

2.2. Densidad espectral de energía

La densidad espectral de energía es un cálculo en el dominio de la frecuencia que permite apreciar cómo se distribuye la energía de una señal en un espectro determinado. Es de bastante uso el teorema de *Rayleigh* que demuestra que la energía de una señal es la misma, indiferentemente del dominio, tiempo o frecuencia, en el que se calcule:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(f) df \quad (2.9)$$

donde $s(t)$ es una señal definida en energía y $\psi(f)$ es la densidad espectral de energía, dado por:

$$\Psi(f) = |S(f)|^2 \quad (2.10)$$

siendo $S(f)$ la transformada de Fourier de $s(t)$. Así que, en términos de energía, es posible calcular la energía de una determinada señal en una banda de frecuencias específica $[f_1, f_2]$, según:

$$E|_{f_1, f_2} = \int_{f_1}^{f_2} \Psi(f) df \quad (2.11)$$

2.3. Densidad espectral de potencia

Analógicamente a la densidad espectral de energía, el principio de Parseval aplica para las señales definidas en un modelo de potencia. Siendo $s(t)$ una señal periódica definida en potencia y $S(f)$ su densidad espectral de potencia, la potencia promedio se calcula mediante:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) df = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2 \quad (2.12)$$

siendo C_n los coeficientes complejos de la serie de Fourier de $s(t)$. En esta ocasión, la densidad espectral de potencia indica cómo se distribuye la potencia de una señal en el espectro de frecuencias. Para obtener la densidad espectral de potencia en un rango definido de frecuencia $[f_1, f_2]$ es posible recurrir a:

$$P|_{f_1, f_2} = 2 \int_{f_1}^{f_2} S(f) df \quad (2.13)$$

2.3.1. Densidad espectral de energía en señales aleatorias

Como se ha mencionado anteriormente, los sistemas de telecomunicaciones trabajan, principalmente, con señales aleatorias. En este caso, es necesario apoyarnos en el principio de la función de autocorrelación si se desea obtener su densidad espectral de potencia. Si es $g(t)$ una señal aleatoria y $R_g(\tau)$ su función de autocorrelación, entonces la densidad espectral de potencia se

obtiene mediante la transformada de Fourier de la función de autocorrelación de $g(t)$, tal como sigue:

$$S(f) = TF \{R_g(\tau)\} \quad (2.14)$$

La función de autocorrelación de una señal $g(t)$ puede definirse como la medida del grado de similitud entre una señal y ella misma desplazada τ segundos, definida por:

$$R(\tau) = \overline{n(t) \cdot n(t + \tau)} \quad (2.15)$$

Entre mayor parecido tengan estas señales, es decir, entre mayor sea su autocorrelación para un determinado valor de τ , así mismo será su similitud estadística.

2.4. Señales elementales

Son un conjunto de señales bases que permiten representar otras señales dada la combinación de las mismas o sencillamente permiten obtener el comportamiento de un sistema y simplificar o hacer posible su análisis [16].

2.4.1. Función impulso unitario

El Impulso Unitario también es denominado Impulso Delta de Dirac, representado en la forma $\delta(t)$. Está definido por la siguiente ecuación:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t) = x(0) \quad (2.16)$$

Y posee las siguientes características:

- Solo existe en cero y su valor tiende a infinito.
- El área de un impulso Delta de Dirac es la unidad.
- Es considerada una función par.

2.4.2. Función escalón unitario

La función escalón unitario tiene la definición según la ecuación siguiente y representa una señal que toma un valor igual a la unidad a partir de un determinado instante de tiempo y permanece constante.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t \geq 0 \\ 1 & \text{para } t < 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Es posible demostrar y aplicar que al integrar la función Escalón Unitario podemos obtener la función Rampa Unitaria.

2.4.3. Función signo

Tal como define Briceño en su obra *Principios de las Telecomunicaciones*, “es aquella que cambia de signo cuando su argumento pasa por cero” y siempre será una función impar, tal como lo definimos anteriormente. Es mostrada en la siguiente ecuación:

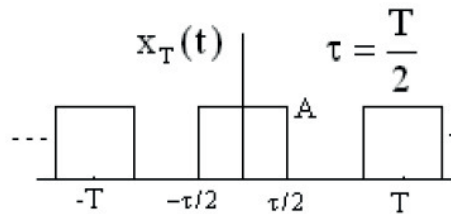
$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & \text{para } t < 0 \\ 1 & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

2.4.4. Función rectángulo

Una de las funciones más empleadas en el procesamiento de señales es la Función Rectángulo, la cual se describe por el símbolo Π y se caracteriza por contener en forma explícita el ciclo de trabajo de la señal. Puede entenderse como un impulso unitario retenido, definido hasta un valor menor que el periodo de la señal y amplificado. La relación entre el tiempo activo de la señal y el tiempo apagado se denomina ciclo de trabajo. Es importante destacar que la señal cuadrada es un caso particular de esta señal rectángulo donde la relación del ciclo de trabajo es de un 50 %, es decir, permanece el mismo tiempo presente la señal en un valor constante y en cero. Se ilustra la Función Rectangular en la figura 2.13.

Figura 2.13
Ecuación y representación gráfica de la Función Rectangular

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0, & |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$$



2.4.5. Función SinC

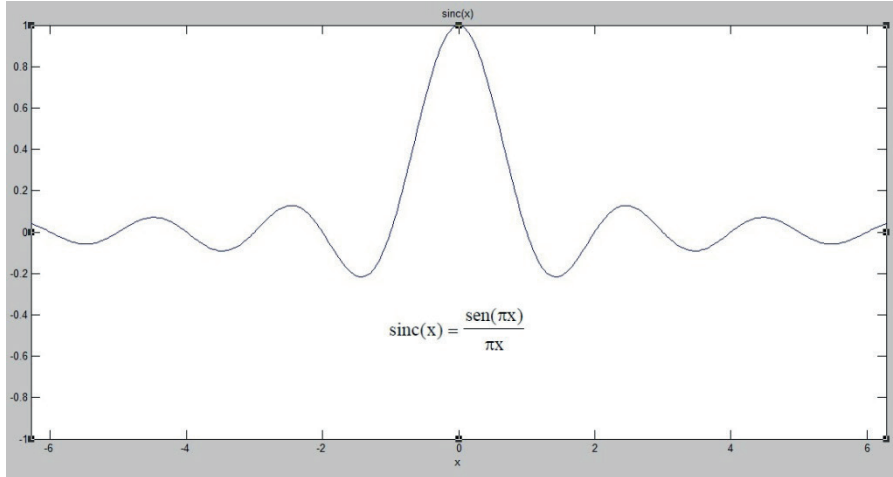
Esta función es muy utilizada en el procesamiento de señal. La función *Sinc* (x) corresponde a la transformada de Fourier de un pulso rectangular y la transformada inversa de Fourier de un espectro rectangular es una *Sinc* (x) [17]. Para valores de x crecientes es una función seno que va decreciendo en amplitud. En $x=0$ toma su valor máximo que es uno. Para normalizarle, se divide por π para que su integral sea uno. La función tiene un máximo en el origen porque se tiene en él un punto de discontinuidad evitable con el paso al límite. Se ilustra a través de la figura 2.14.

2.5. Convolución de señales

En una forma simple, la convolución de dos señales permite obtener la respuesta de un sistema LTI en el dominio del tiempo [18]. Es posible recurrir a otras herramientas como la transformada de Fourier o la transformada de Laplace para simplificar el esfuerzo matemático, según sea el sistema: para sistemas de comunicaciones que es bilateral empleamos Fourier y para aplicaciones de Control empleamos Laplace al tratar sistemas causales.

Con mayor formalidad, se denomina convolución a una función que, de forma lineal y continua, transforma una señal de entrada continua en una nueva señal de salida, siendo esta afectada por la respuesta característica de un sistema. Sean $x(t)$ y $h(t)$ dos señales continuas, la convolución entre ellas, denotada por $x(t)*h(t)$, es una señal definida por:

Figura 2.14
Gráfica de la función SinC(x) y su expresión determinística



$$x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (2.19)$$

2.5.1. Propiedades de la convolución

Son reconocidas tres propiedades básicas demostrables a partir de análisis por simple inspección gráfica o por desarrollo analítico, ellas son Conmutativa, Asociativa y de Nulidad. Se describen a continuación.

Propiedad Conmutativa

Expresa que no importa el orden en el cual se aplique la convolución continua, es decir que el resultado de la convolución es el mismo, independientemente del orden de los operandos:

$$x(t) * h(t) = h(t) * x(t) \quad (2.20)$$

Se puede demostrar con los siguientes procedimientos, partiendo del izquierdo de la ecuación :

$$x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau) \quad (2.21)$$

cambiando las variables

$$t - \tau = r \quad (2.22)$$

y

$$\tau = t - r \quad (2.23)$$

Se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t - r)h(r)dr \quad (2.24)$$

que es idéntico al miembro derecho de la igualdad planteada en (2.20). De esta manera se comprueba la propiedad de la conmutación.

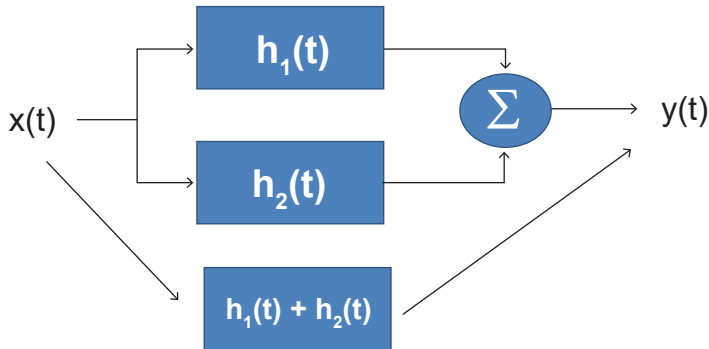
Propiedad Asociativa–Distributiva

La convolución también tiene la propiedad distributiva respecto de la suma. Esto quiere decir que:

$$f_1(t) * (f_2(t) + f_3(t)) = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t) \quad (2.24)$$

De tal forma que la salida de dos sistemas LTI conectados en paralelo es la misma que la salida de un sistema cuya respuesta al impulso es la suma de las respuestas al impulso de los sistemas conectados en paralelo. La verificación de este teorema se apoya directamente de la definición propia de convolución y usando la linealidad de la integral. Esto se muestra a través de un análisis de gráfico en la figura 2.13.

Figura 2.13
Comprobación gráfica de la propiedad conmutativa de la convolución



3. Filtros

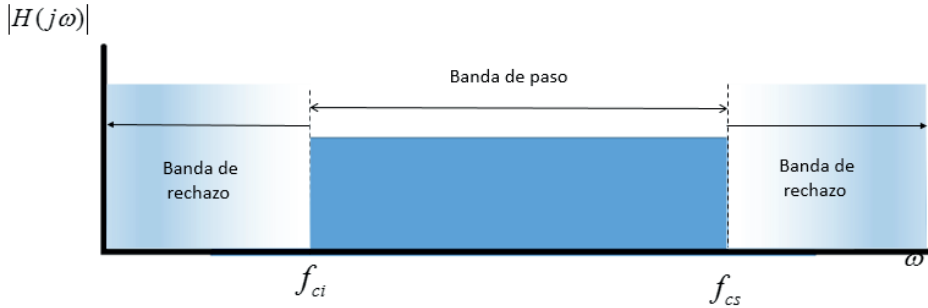
Constantemente es necesario aplicar un proceso selectivo de frecuencias de una señal para una determinada aplicación. A esta discriminación se le conoce como proceso de filtrado. Un filtro es un circuito eléctrico conformado por un arreglo de impedancias, que permite seleccionar un rango de frecuencias [19]. La función de transferencia de un filtro se prefiere tratar en el dominio de la frecuencia, siendo reconocido por las siglas

$$H(F) = H(j\omega) \quad (3.1)$$

Esta función de transferencia permite amplificar o atenuar un conjunto de componentes frecuenciales y su discriminación depende de un modelo de filtro ideal, en el cual no hay distorsión de fase y sigue una característica de pasabajo, pasalto, pasabanda o rechaza banda.

Antes de definir los modelos ideales de los filtros, se procede a describir los principales parámetros de los filtros. Para ello, se emplea la figura siguiente:

Figura 3.1
Parámetros básicos de un filtro ideal



3.1. Parámetros de los filtros ideales

Al tratarse de situaciones ideales, el filtro ideal se caracteriza por un corte abrupto desde su banda de paso y la banda de rechazo. A pesar de tratarse de un software de simulación, SIMULINK® no trabaja con modelos ideales.

3.1.1. Banda de paso

Se denomina al rango de frecuencias descritas entre una superior y una inferior, en el cual la señal de entrada mantiene su magnitud y fase luego de pasar por el dispositivo de filtrado. A este rango de frecuencias también se le denomina ancho de banda del filtro.

3.1.2. Banda de rechazo

Se trata del rango de frecuencias para el cual la señal es anulada por el dispositivo de filtrado. Es el complemento a la banda de paso.

3.2. Modelos de filtros ideales

Son modelos matemáticos que no pueden ser implementados y que permiten abstraer el comportamiento de un determinado sistema en el dominio de la frecuencia. En concordancia con la franja de frecuencias que el filtro permita pasar o rechazar, existen modelos que describen su función de transferencia.

3.2.1. Modelo pasabajo

La función de transferencia de un filtro pasabajo permite el paso de una señal desde una frecuencia cercana a la corriente directa (cero Hertz) hasta una frecuencia superior bien definida. Para las frecuencias por encima de la frecuencia superior la señal es anulada por completo.

3.2.2. Modelo pasabanda

Para esta situación, la banda de paso inicia a una frecuencia inferior (f_{ci}) y se mantiene constante en magnitud y fase hasta una frecuencia superior (f_{cs}). Para los demás rangos de frecuencia la señal no existe.

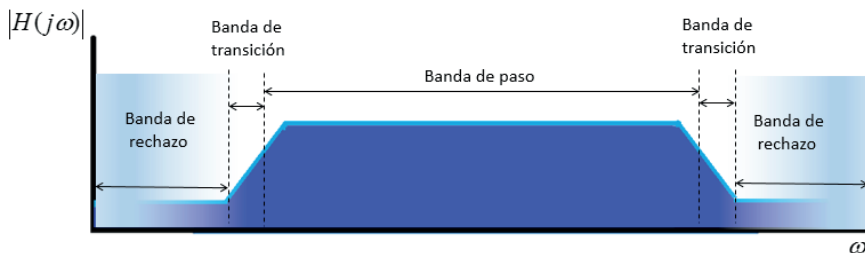
3.2.3. Modelo pasaalto

Es el modelo complementario al pasabajo. La función de transferencia de un filtro pasaalto suprime el paso de una señal desde una frecuencia cercana a la corriente directa (cero Hertz) hasta una frecuencia superior bien definida. Para las demás frecuencias por encima de la frecuencia superior, la señal es transmitida con su magnitud y fase.

3.3. Filtros reales

Los filtros reales tienen una franja de frecuencias de transición entre la banda de paso y la banda de rechazo, como lo muestra la figura 3.2. Las frecuencias donde inicia y termina la banda de paso se obtienen al caer en tres decibeles (3 dB) de la máxima potencia de la señal pasante. Esto indica que, en una escala lineal, la potencia ha descendido a la mitad del máximo.

Figura 3.2
Parámetros básicos de un filtro real



La banda de transición es la franja de frecuencias que existen entre la banda de paso y la banda de rechazo. Estas frecuencias van atenuándose y se pueden modelar como una línea recta con pendiente en escala logarítmica. El orden del filtro está dado por la pendiente de la banda de transición. Los modelos reales tienen aproximaciones que, según su función, tendrán un comportamiento característico en las bandas de paso y las de rechazo. A través de estas funciones se pueden diseñar filtros desde SIMULINK®.

3.3.1. Aproximación de Butterworth

Es un filtro que tiene la característica de tener la mayor linealidad posible en las bandas de paso y de rechazo mientras que en su banda de transición presenta una pendiente de $n \cdot 20 \text{ dB}$ por década [20], donde n representa el orden del filtro. La función de transferencia del filtro *Butterworth* es:

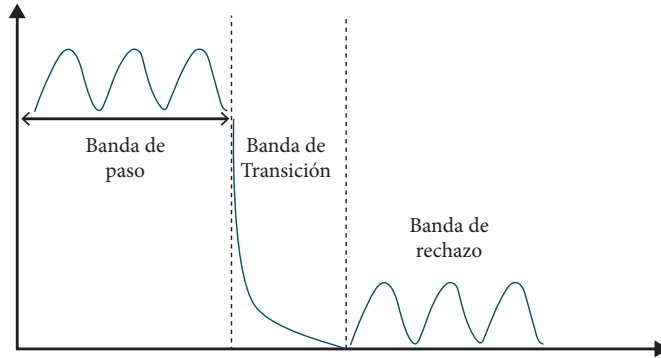
$$H(j\omega) = \sqrt{1 + (A_{\max} - 1) \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2n}} \quad (3.1)$$

donde A_{\max} es la ganancia máxima en sistema lineal adimensional, ω_p la frecuencia de corte de la banda pasante y n el orden del filtro.

3.3.2. Aproximación de Chebyshev

Su nombre es debido a que la función de transferencia está caracterizada por los polinomios propuestos por el matemático ruso Pafnuti Chebyshev [21]. En adición, la principal contribución en esta aproximación es que permite una mayor razón de cambio en la transición de la banda de paso y la banda de rechazo (pendiente abrupta), sacrificando la linealidad de la respuesta en dichas bandas. Lo anterior se manifiesta con un rizado u ondulación en la respuesta de frecuencia, como lo describe la figura 3.3.

Figura 3.3
Parámetros de la aproximación de Chebyshev para un filtro pasabajo



Existen dos subconjuntos de filtros *Chebyshev* [22]: el denominado tipo I, caracterizado en su función de transferencia por contener solo polos y por sus ondulaciones en la respuesta de la banda de paso en forma constante. La función de transferencia está dada por:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 + (A_{\max} - 1) \cos^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}}; \omega \leq \omega_c \\ \frac{1}{\sqrt{1 + (A_{\max} - 1) \cosh^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}}; \omega > \omega_c \end{cases} \quad (3.3)$$

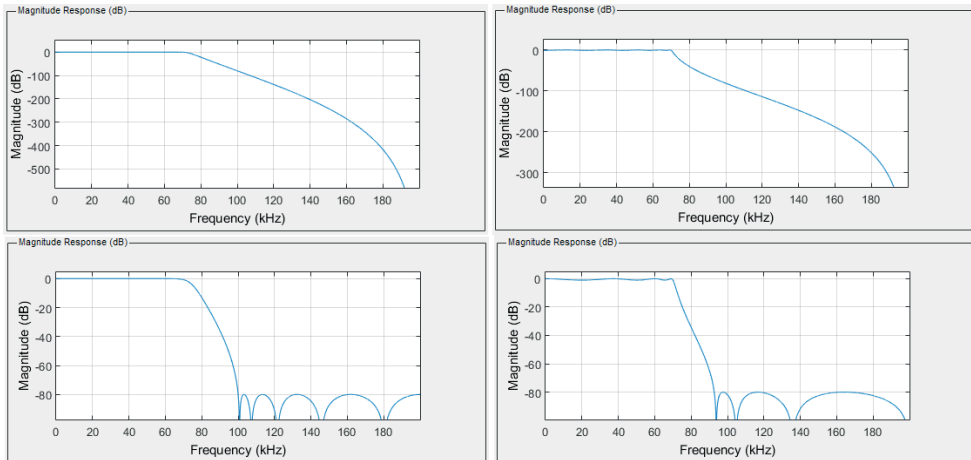
La aproximación de *Chebyshev* tipo II posee polos y ceros en su función de transferencia cuyo efecto es la aparición del rizado en la banda de rechazo. Se puede caracterizar mediante la siguiente ecuación:

$$H(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (A_{\max} - 1) \frac{\cos^2\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)}{\cos^2\left(\frac{\omega_s}{\omega}\right)}}} \quad (3.4)$$

Donde ω_s representa la frecuencia de inicio de la banda de rechazo. Los contrastes de las aproximaciones *Butterworth*, *Chebyshev* Tipo I y Tipo II y elíptico son mostradas en la figura 3.4.

Figura 3.4

Gráficas de la respuesta en frecuencia para las aproximaciones reales de filtros analógicos. Superior izquierda: aproximación de Butterworth; superior a la derecha: aproximación de Chebyshev Tipo I; en el recuadro inferior a la izquierda: apr aproximación de Chebyshev Tipo II y aproximación de Cauer o elíptico



3.3.3. Aproximación elíptica o de Cauer

Denominada en honor a quién propuso utilizar funciones elípticas de Jacobi: el físico y matemático alemán Wilhelm Cauer [22]. Estas funciones optimizan el potencial de las funciones trigonométricas e hiperbólicas. Su principal característica es la disminución de la separación entre la banda de paso y la banda de rechazo visto como una pendiente abrupta, a costa de un rizado tanto en la banda de paso como en la banda de rechazo y una pérdida considerable en la linealidad de la fase. Esta función de transferencia definida por la ecuación es posible concebirla como una superposición entre las curvas características de la respuesta en frecuencia de los filtros *Chebyshev* Tipo I y Tipo II.

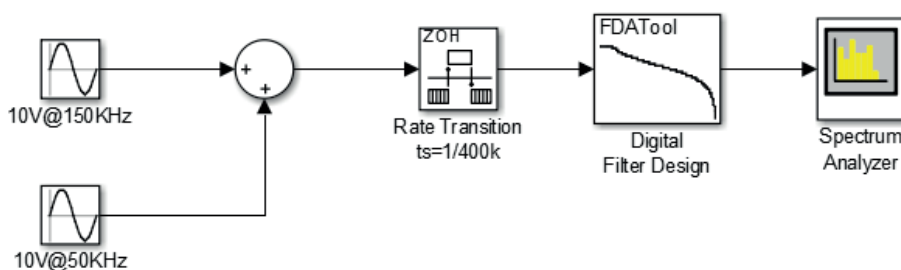
$$H(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (A_{\max} - 1) \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - \left(\frac{\omega_s}{\omega}\right)^2 \sin^2 \theta}}} \quad (3.5)$$

3.4. Diseño de filtros usando SIMULINK®

Para el diseño de filtros mediante SIMULINK®, el paquete de *Mathworks* cuenta con un asistente denominado *Digital Filter Design* (FDA Tool). Para ilustrar la configuración y el uso del FDA se toman dos señales sinusoidales, ambas de amplitud 10 Voltios, una de frecuencia 50 KHz y otra de 150 KHz. En esta aplicación propuesta se desea discriminar la señal de 150 KHz mediante un proceso de filtro *Butterworth*, *Chevishev* Tipo I, Tipo II y elípticos para pasabajos. El diagrama de bloques propuesto para esta ejemplificación se muestra en la figura 3.5. La señal de salida en el analizador de espectro muestra los valores de frecuencia y potencia en ausencia del filtro, ilustrada en la figura 3.6.

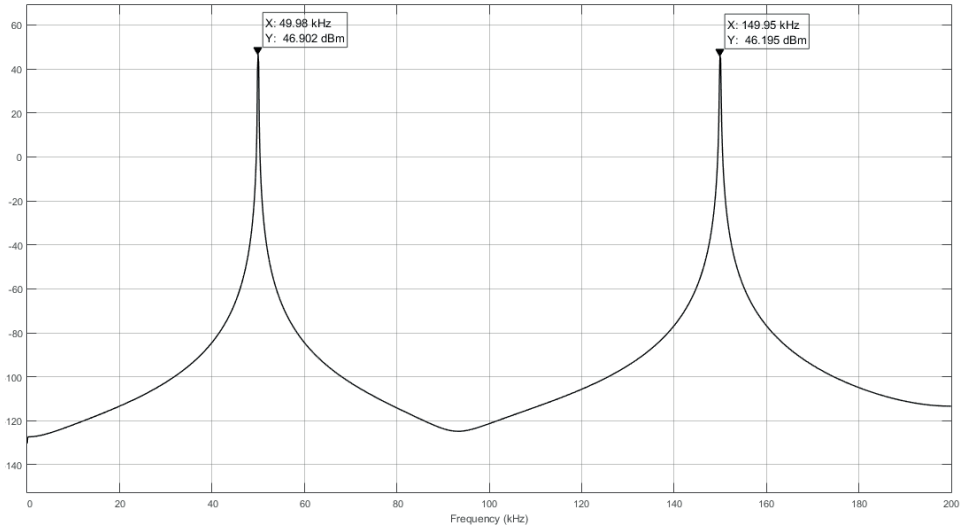
Figura 3.5

Diagrama de bloques propuesto para verificar la respuesta en frecuencia de un filtro pasabajo en las diferentes aproximaciones tratadas



El bloque del *Rate Transition* posee un tiempo de muestreo que permite un Spam de 200 KHz en el analizador de espectro, mediante un tiempo de muestreo de 1/400.000 muestras y ajustando un tiempo de simulación de 0.041 segundos. De otra parte, se tiene el FDA Tool cuya ventana inicial de configuración, con valores por defecto, se muestran en la figura 3.7.

Figura 3.6
Señales generadas para verificar la respuesta en frecuencia



En la parte inferior e izquierda, se muestra la ventana en la cual se puede elegir el tipo de respuesta y el método de diseño. Para la situación del ejemplo se elige pasabajo (*Lowpass*, por su anglicismo) y como método de diseño la opción de respuesta infinita al impulso (IIR, *Infnite Impulse Response*) al tratarse de un filtro analógico, como lo muestra la figura 3.8.

Figura 3.7
Configuración por defecto del asistente para el diseño de filtros FDA

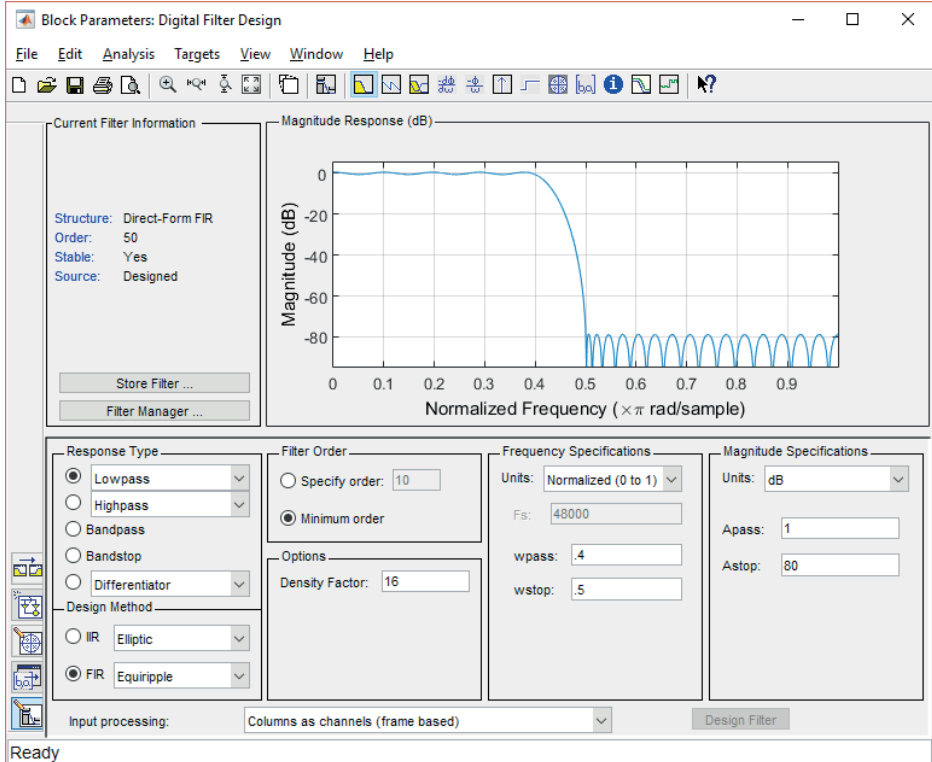
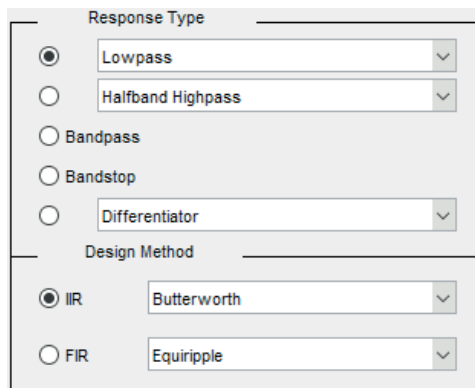
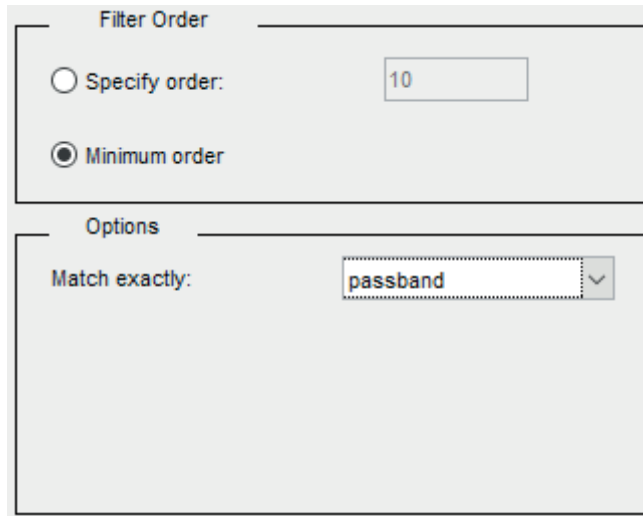


Figura 3.8
Elección del tipo de respuesta y del método de diseño



La siguiente parte de la ventana a configurar es la referente al orden del filtro. Este valor es posible conseguirlo desde el área de trabajo de MATLAB mediante las funciones específicas, como por ejemplo *Buttord*, *Cheb1ord*, etc. Estas devuelven el valor de orden del filtro y de frecuencia angular de corte para las frecuencias de las bandas de paso y bandas de rechazo como entradas. Estas funciones no se emplean ya que no están en el objetivo de este escrito, sin embargo, se pueden consultar con la función *look for* en el *workspace* de MATLAB. Para la situación planteada se elige la opción *mínimo orden* y con ajuste preferente a la banda de paso, como se evidencia en la figura 3.9.

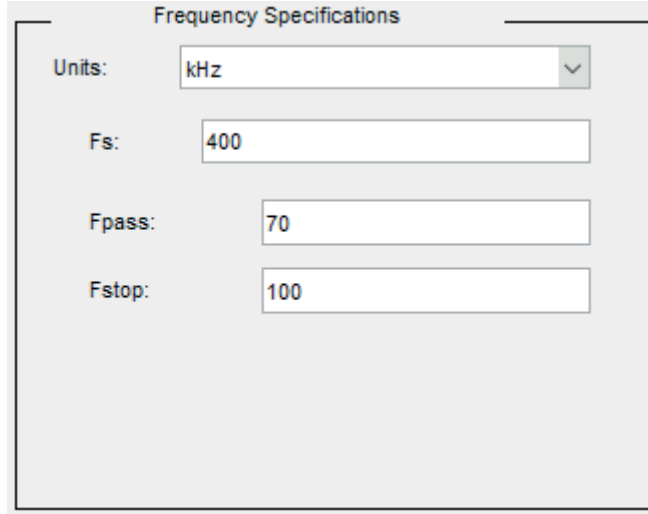
Figura 3.9
Parámetros de orden del filtro y banda de ajuste



The image shows a MATLAB dialog box titled "Filter Order". It is divided into two sections: "Filter Order" and "Options". In the "Filter Order" section, there are two radio buttons: "Specify order:" and "Minimum order". The "Specify order:" option is unselected, and the "Minimum order" option is selected. To the right of the "Specify order:" radio button is a text input field containing the number "10". In the "Options" section, there is a label "Match exactly:" followed by a dropdown menu. The dropdown menu is currently set to "passband".

En las especificaciones de frecuencia, por defecto solicita valores normalizados, como deben entregarse en las funciones para calcular el orden. Los demás valores permitidos en la ventana desplegable son en valores referidos a Hz, KHz, MHz y GHz. Es recomendable la elección de una escala apropiada con los valores a trabajar para esquivar los errores al normalizar la frecuencia. En esta situación propuesta, se toman los valores mostrados en la figura 3.10.

Figura 3.10
Ajuste de especificaciones en frecuencia para las bandas de paso y rechazo

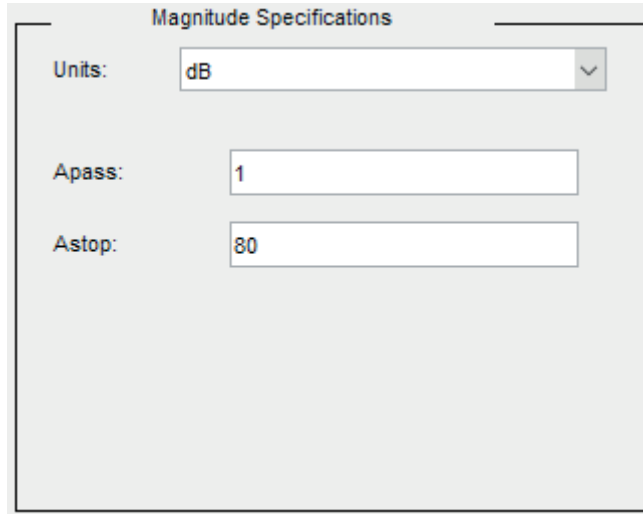


The image shows a dialog box titled "Frequency Specifications". It contains four input fields:

- Units: kHz (with a dropdown arrow)
- Fs: 400
- Fpass: 70
- Fstop: 100

Como último paso de configuración se tiene el manejo de las magnitudes. Es posible tener valores cuadráticos o valores logarítmicos (decibelios), como es posible apreciar en la figura 3.11. Para la situación planteada, se toman las magnitudes en decibeles. Adicionalmente, se coloca el valor de ganancia para la banda de paso (A_{pass}) y el valor de atenuación en la banda de rechazo (A_{stop}).

Figura 3.11
Valores de ganancia en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo



The image shows a dialog box titled "Magnitude Specifications". It contains three input fields: "Units" is a dropdown menu set to "dB"; "Apass" is a text box containing the value "1"; and "Astop" is a text box containing the value "80".

Los valores mostrados en la figura 3.11 indican que, para la banda de paso, el filtro entrega una ganancia en la banda de paso (A_{pass}) de 1 dB hasta la frecuencia configurada, que puede entenderse en una situación real como una compensación a las pérdidas de inserción del filtro. De otra parte, se presenta una atenuación en el inicio de la banda de rechazo (A_{stop}) de 80 dB, manteniendo la pendiente para frecuencias superiores. El cuadro de configuración completo se ilustra en la figura 3.12.

Para la realización del filtro es necesario aplicar los cambios introducidos al FDA mediante el botón *Design Filter* e inmediatamente cambia la respuesta en frecuencia (*Magnitude Response (dB)*) de los valores por defecto a los valores del caso de estudio.

Los resultados al aplicar el filtro de *Butterworth* con la configuración comentada son los mostrados en la figura 3.13. Es posible apreciar, en contraste con la figura 3.6, que la señal de 150 KHz es suprimida por completo. Si es deseado cambiar la aproximación del filtro *Butterworth* por un filtro *Chebyshev* Tipo I, solo se modifica el tipo de respuesta en su respectivo cuadro de método de diseño. Para ello, se debe abrir el bloque FDA. Luego, se aplica el diseño del filtro (*Design Filter*), como en el ejercicio anterior.

Si en el diagrama de bloque se desea un solo filtro, el proceso es el ya propuesto, de lo contrario es posible implementar tantos filtros como se desee. A diferencia del proceso desarrollado, por cada filtro se debe optar por la opción descrita por el segundo ícono (en descenso) denominado realizar modelo (*Realice Model*), como se muestra en la figura 3.14. En ese momento, el diseño del filtro es implementado bajo un bloque denominado *Biquad*. Se debe reemplazar el bloque FDA por el *Biquad* y posteriormente eliminarlo para no producir errores en la simulación.

Figura 3.12

Configuración final de todos los parámetros del filtro Butterworth pasabajo

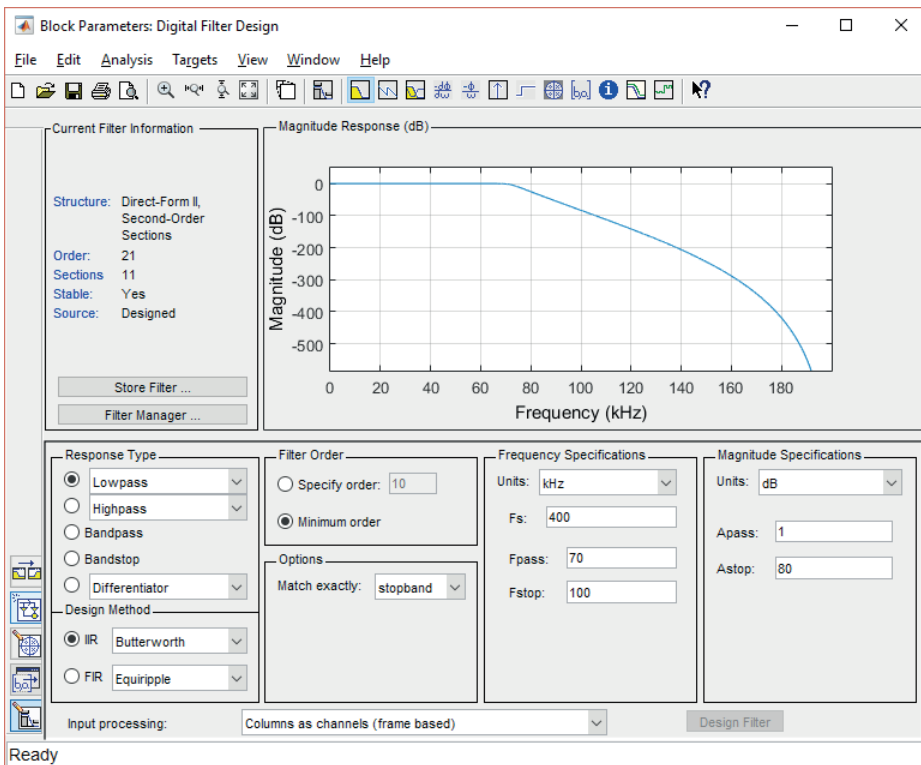


Figura 3.13
Salida del analizador de espectro después de aplicar el filtro
Butterworth pasabajo

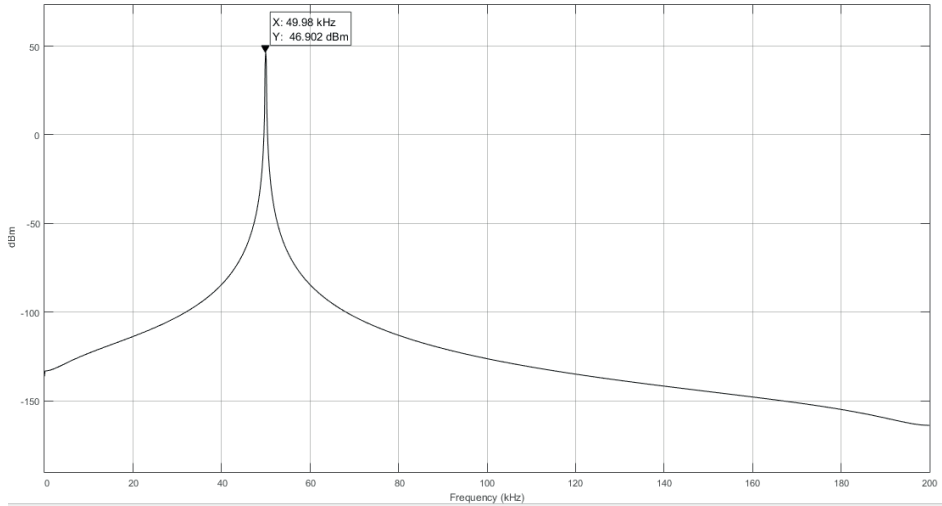
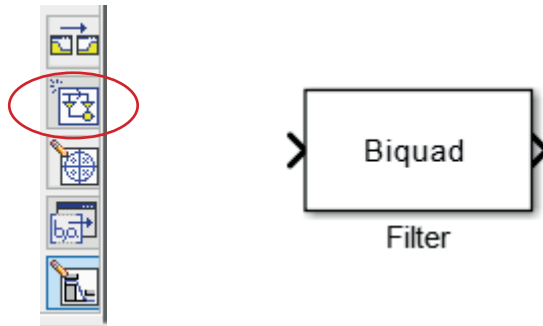


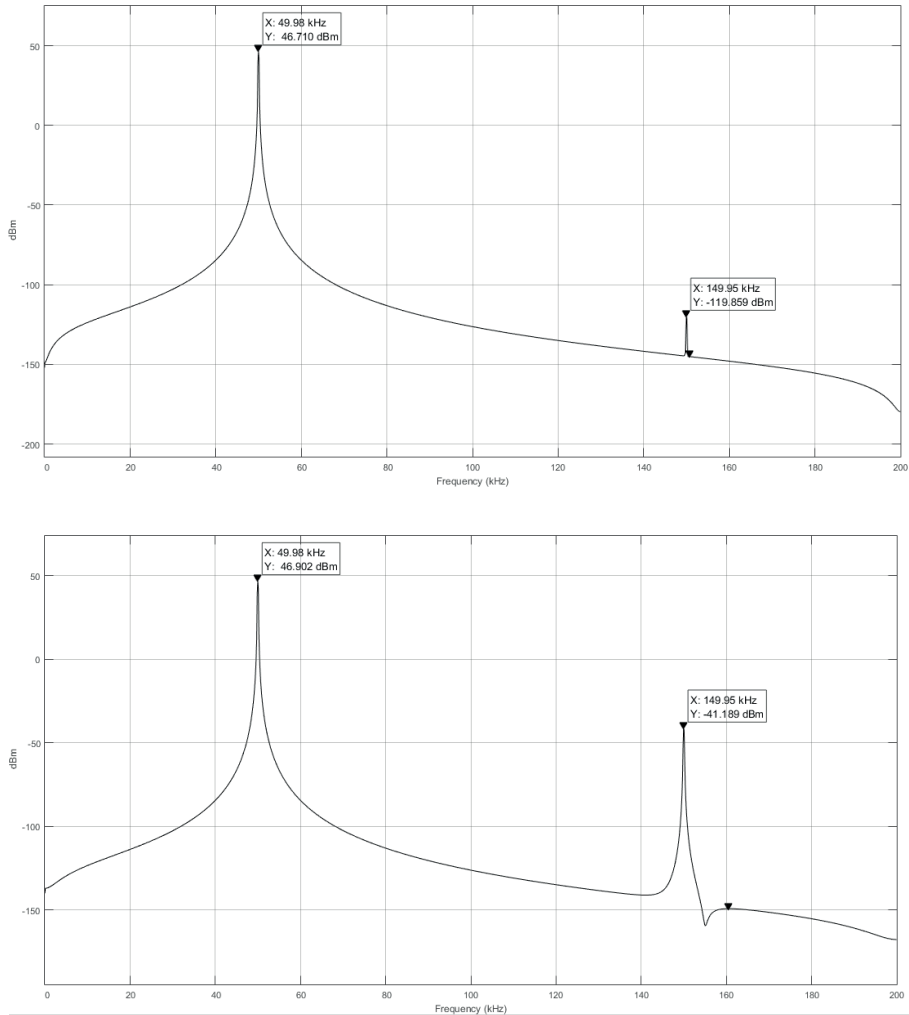
Figura 3.14
Izquierda: ícono para implementar filtros sobre el diagrama de bloques.
Derecha: bloque que contiene la configuración del filtro



La respuesta en frecuencia del caso de estudio para un filtro *Chebyshev* Tipo I es mostrada en la figura 3.15 (superior) y para un filtro *Chebyshev* Tipo II (inferior).

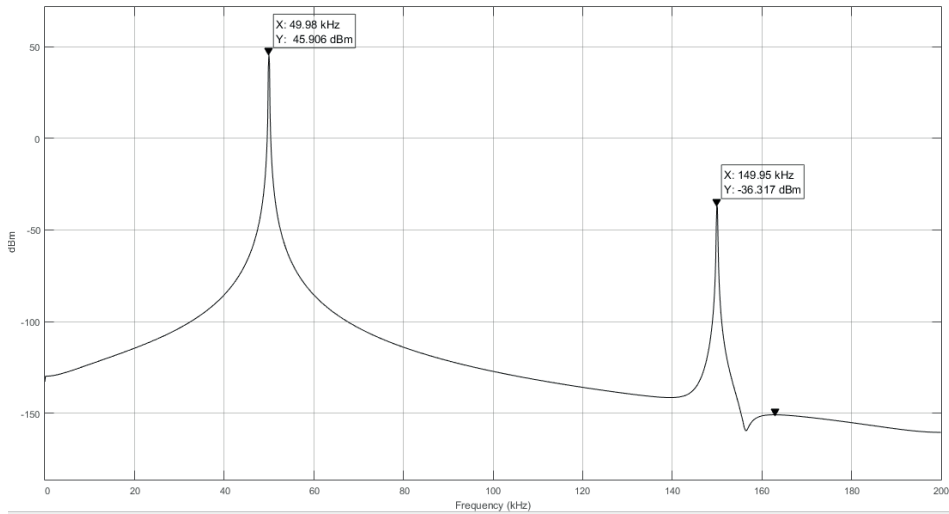
Figura 3.15

**Respuesta en frecuencia para las señales de entrada de la figura 3.6.
Filtro Chebyshev Tipo I (arriba) y la respuesta en frecuencia de un filtro
Chebyshev Tipo II (abajo)**



Es posible realizar el mismo procedimiento para un filtro de Cauer. Mediante la figura 3.16 se presenta la respuesta en frecuencia del filtro elíptico pasabajo.

Figura 3.15
Respuesta en frecuencia del filtro elíptico para las señales de entrada de la figura 3.6



4. Sistemas de transmisión analógica: modulación lineal

Dadas las condiciones de las señales que producen las fuentes de información, en la mayoría de las situaciones es necesario que se procesen estas señales para que, finalmente, arriben al receptor [23]. Adecuar las características de una señal para que pueda ser transmitida a un punto distante de su origen por medio de un determinado canal o medio de comunicación se le conoce como *modulación* [24].

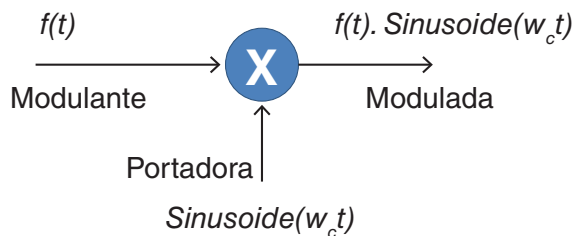
Si se está en presencia de una señal que se encuentra sin modificaciones tal como es producida por su fuente, se dice que es una *señal banda base* [5]. Estas señales pueden transmitirse por medios guiados con algunas limitaciones pero no por la interfaz aire [25]. La tendencia de los sistemas de telecomunicaciones es a emplear la interfaz aire para transmitir información [26]. Por tanto, las señales banda base deben sufrir modificaciones, modulaciones, que permiten adaptarle aire a la interfaz en donde se emplea un sistema radioeléctrico para su transmisión.

4.1. Modulación de amplitud de doble banda lateral sin portadora

El proceso fundamental en la transmisión de una señal es el mezclado [25]. La combinación que matemáticamente se describe como la multiplicación de una señal banda base con una señal llamada portadora, es el origen de la transmisión radioeléctrica. De esta forma, se produce una señal pasa banda o modulada que está modificada en amplitud, frecuencia, fase o la combinación de estas. El mezclado es presentado en la figura 4.1.

Figura 4.1

Modelo funcional de mezclado. El mezclado es la base de la modulación y por ende de la transmisión pasa banda



En la figura 4.1 se denomina a la señal como señal de información, señal banda base o señal modulante a la señal de interés en el dominio temporal y que usualmente es de origen analógico. La señal modulada es la señal que se coloca en el medio de transmisión de interfaz radioeléctrica. Esta señal modulada se describe matemáticamente mediante:

$$f_{out}(t) = f(t) * A_c \text{Cos}(\omega_c t) \quad (4.1)$$

en donde $f(t)$ es la señal de información a ser modulada y que es multiplicada por la señal portadora, simbolizada por los subíndices c . La señal portadora es una señal de radiofrecuencia (RF) que posee las características y las condiciones para enfrentar el medio y propagarse en forma de una onda electromagnética.

Si es evaluada la señal de información como una señal de frecuencia unitaria, comúnmente denominada tono, se tiene a la salida del sistema mostrado en la figura 4.2

$$f_{out}(t) = A_m \text{Cos}(\omega_m t) * A_c \text{Cos}(\omega_c t) \quad (4.2)$$

donde los subíndices m denotan la señal de información. Para resolver la ecuación (4.2) se tienen muchas formas. Generalmente se desarrolla por dos vías comunes que son las identidades trigonométricas y a través de la igualdad de Euler. Para la primera situación obtenemos una identidad trigonométrica que permita relacionar la salida del sistema con una función trigonométrica de grado uno [27]:

$$\text{Cos}(\alpha) * \text{Cos}(\beta) = \frac{1}{2} [\text{Cos}(\alpha - \beta) + \text{Cos}(\alpha + \beta)] \quad (4.3)$$

entonces, aplicando a se tiene como resultado:

$$f_{out}(t) = \frac{A_c A_m}{2} \text{Cos}(\omega_m - \omega_c) t + \frac{A_c A_m}{2} \text{Cos}(\omega_m + \omega_c) t \quad (4.4)$$

A este tipo de señal se le conoce como modulación en amplitud de doble banda lateral sin portadora [15], la cual se abrevia DSBSC (*Double-sideband suppressed-carrier*) por su anglicismo. En la figura 4.2 se presenta el modelo 2 que contiene la DSBSC en tiempo. Para la situación de análisis en frecuencia se presenta el modelo 3. Solo basta con cambiar el *Scope* por el *Spectrum Scope* y reconfigurar la simulación. En un aparte anterior se mostró el cómo obtener el valor apropiado del tiempo de simulación donde se utilice el *Spectrum Scope*. Este procedimiento puede resultar algo tedioso. Para apoyar este proceso, se presenta el código de MATLAB denominado SCRIPT1.m.

```

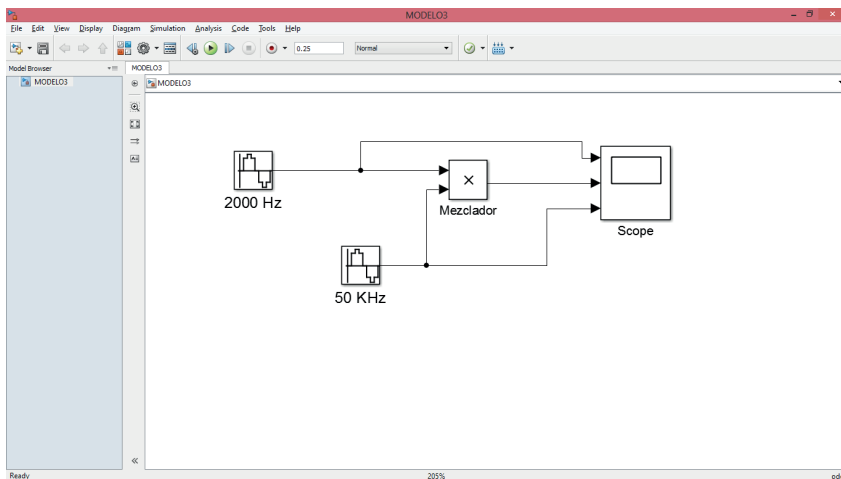
% =====
% SCRIPT1.m
% Script para obtener la resolución frecuencial
% =====
clc, clear all;

A=1;
fm=input('frecuencia de la señal (Hz): ');
nm=input('Número de muestras: ');
N=10;
if A==1
    ST=1/(fm*nm);
    Vf=1/(ST*2^N);
    if (Vf > 10)
        N=N+1;
        Vf=1/(ST*2^N);
    end
end
fsim=1/Vf;
formatSpec1 = 'La resolución espectral es %d Hz\n';
fprintf(formatSpec1,Vf)
formatSpec = 'El tiempo de simulación es %d Segundos\n';
fprintf(formatSpec,fsim)

```

Al ejecutarle, se solicita el ingreso de los valores de frecuencia y números de muestras y retorna el valor del tiempo de simulación. Es importante destacar que si existe más de una señal, todas deben llevar el mismo periodo de muestreo y este debe ser calculado para la señal de mayor frecuencia.

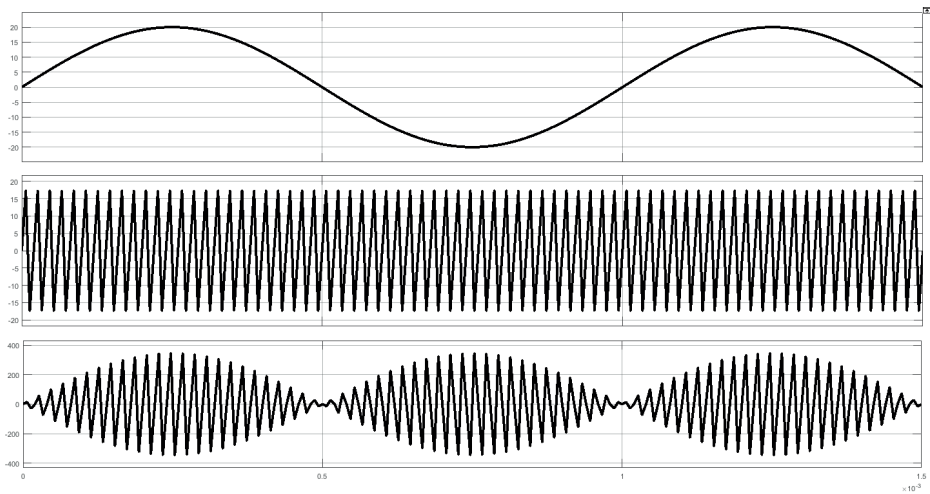
Figura 4.2
Modelo 2 de SIMULINK® para el análisis temporal



En este modelo básico es resaltado el uso de señales continuas. Para ello, en el *Sine Wave* se coloca como tiempo de muestreo cero. Los resultados en dominio temporal se aprecian en la figura 4.3.

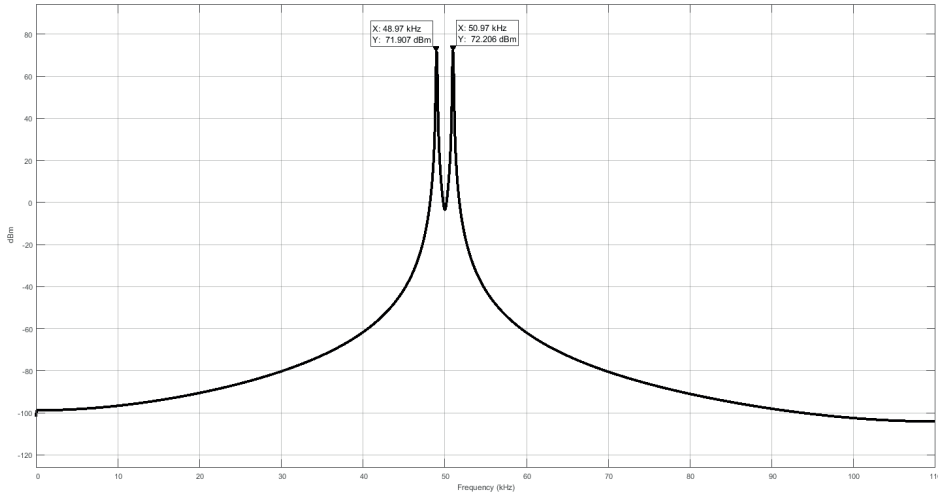
Figura 4.3

Respuesta en tiempo del sistema propuesto para DSBSC en el Modelo 3 de SIMULINK®



Para tener una mejor comprensión de los valores mostrados, se realiza un análisis de la potencia de la señal modulada y se revisa su respuesta en dominio de la frecuencia. Con el propósito de mejorar la percepción, la señal modulante y portadora cambian su amplitud de un valor unitario a veinte. Es posible apreciar las cantidades a nivel de frecuencia y de potencia en la figura 4.4 para DSBSC.

Figura 4.4
**Resultados de DSBSC del Modelo3 modificando el Scope por *Spectrum*
 Scope y ajustando los parámetros de simulación de SIMULINK®**



Se realiza la deducción analítica de estos resultados. A la salida del modulador se tiene la señal:

$$m(t) A_c \text{Cos}(\omega_c t) \quad (4.5)$$

donde

$$m(t) = A_m \text{Cos}(\omega_m t) \quad (4.6)$$

Aplicando la definición de potencia (2.7) a (4.5), se obtiene

$$\bar{P} = \frac{A_c^2}{2} P_{m(t)} \quad (4.7)$$

donde $P_m(t)$ es la potencia de la señal modulante. Por ende, es desarrollada la potencia para la señal modulante

$$P_{m(t)}^- = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |m(t)|^2 dt$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |A_m \cos(\omega_m t)|^2 dt;$$

$$\cos^2(\omega_m t) = \frac{1 + \cos(2\omega_m t)}{2}$$

$$P_{m(t)}^- = \frac{A_m^2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1 + \cos(2\omega_m t)}{2} dt$$

$$P_{m(t)}^- = \frac{A_m^2}{2}$$

Y, reemplazando en (4.7), se obtiene la potencia promedio normalizada de las bandas laterales de DSBSC, quienes son las únicas componentes que aparecen.

$$\bar{P} = \frac{A_m^2}{2} * \frac{A_c^2}{2} = \frac{A_m^2 A_c^2}{4} \quad (4.8)$$

Dado que son dos las bandas laterales, estas potencias se dividen, para indicar el valor de potencia promedio normalizada para cada banda lateral

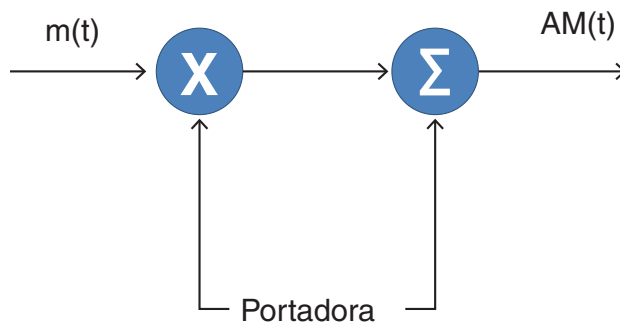
$$\bar{P}_{BL} = \frac{A_m^2 A_c^2}{8} \quad (4.9)$$

A manera de comparar lo analítico con lo simulado, se reemplazan los valores del MODELO4.slx y se contrastan con los indicados en la figura 4.4. Cada una de las amplitudes de la señal moduladora y portadora son de veinte unidades. De tal forma que la potencia promedio normalizada, según (4.9), para este caso particular es $71.03 dBm$, que es un valor ajustado con la potencia mostrada por la simulación de la figura 4.4.

4.2. Modulación en amplitud con portadora (DSBFC)

Este es el tipo de modulación comercial de AM. Dado que la señal puesta en la interfaz aire posee solo las bandas laterales, es altamente posible que exista un corrimiento de fase en la señal portadora del receptor, ocasionando problemas de sincronismo [9]. Una solución a este presupuesto es integrar la señal portadora a la señal transmitida. Consecuencia de este aporte es que se hace más simple el receptor y por ende menor el costo. El esquema para esta propuesta se presenta en la figura 4.5. Es de notar que en el esquema mostrado se debe considerar que la modulación implica una portadora normalizada.

Figura 4.5
Esquema de la modulación DSBFC



Retomando la ecuación (4.4) como la salida del modulador y sumando la portadora se obtiene:

$$AM(t) = \frac{A_c A_m}{2A_c} \text{Cos}(\omega_m - \omega_c)t + \frac{A_c A_m}{2A_c} \text{Cos}(\omega_m + \omega_c)t + A_c \text{Cos}(\omega_c t) \quad (4.10)$$

lo que equivale a presentar

$$AM(t) = A_m [\text{Cos}(\omega_m t) \text{Cos}(\omega_c t)] + A_c \text{Cos}(\omega_c t) \quad (4.11)$$

introduciendo el concepto de índice de modulación [23], que se muestra en la ecuación (4.12)

$$m = \frac{A_m}{A_c} \quad (4.12)$$

Esta relación garantiza que la amplitud de la envolvente compleja no supera la magnitud de la señal portadora, lo que implica que siempre es positiva bajo esa premisa y por ende es posible recuperar la información de forma fácil y simple con una recepción no coherente, es decir, que no involucre generación en el receptor de una señal de iguales características de onda a la señal portadora, evitando así dificultades como la sincronización.

Al incluir el índice de modulación m en resulta la ecuación característica de DSBFC

$$AM(t) = A_c [1 + m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t) \quad (4.13)$$

Para obtener la potencia promedio normalizada de las señales implicadas en DSBFC como lo son las bandas laterales y la portadora, se recurre a la ecuación (4.10) y al hecho de que, en una señal sinusoidal, su potencia promedio normalizada es el valor de su raíz cuadrática media (RMS, *Root Medium Square*) al cuadrado [10].

Al tomar la potencia de las bandas laterales halladas en (4.8) y al sumar el valor de la potencia de la portadora, resulta:

$$P_{AM(t)} = \frac{A_m^2}{4} + \frac{A_c^2}{2} \quad (4.14)$$

donde se sintetiza, al incluir el índice de modulación, en

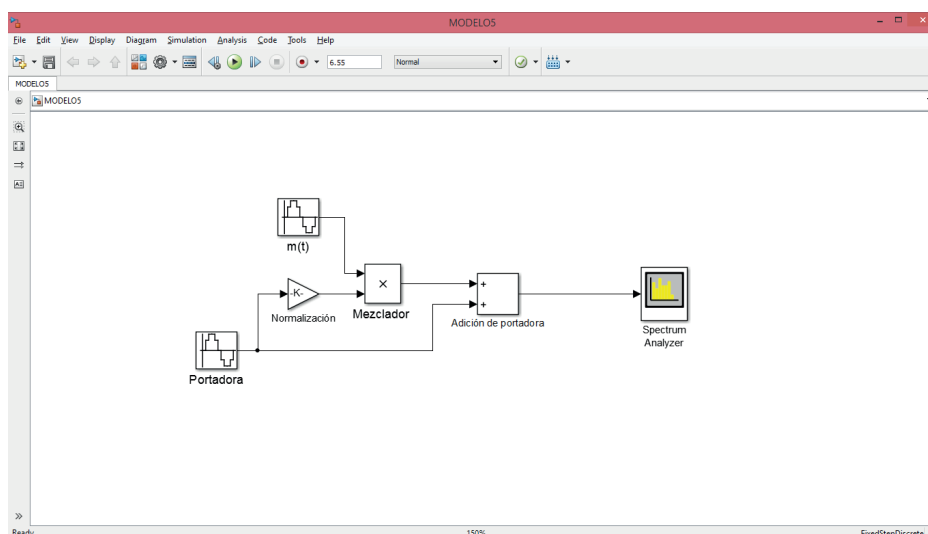
$$P_{AM(t)} = P_c \left[1 + \frac{m^2}{2} \right] \quad (4.15)$$

Para obtener una representación espectral es presentado el MODELO4.slx en la figura 3.6. Los valores introducidos en la simulación son de un voltio para la onda inteligente a 2 KHz y la portadora con una amplitud de diez

voltios a 10 KHz. Es apreciable en la figura 4.7 que, al aplicar la ecuación (4.15) con los valores recientemente mencionados, se tiene una potencia promedio normalizada de 46.99 dBm para la situación de la portadora. Este valor es muy aproximado al generado por la gráfica, si es calculado el índice de modulación según (4.12), y con él se calcula la potencia de las bandas laterales. En la situación de las bandas laterales sucede algo analógico en cuanto a la precisión.

Figura 4.6

Modelo4 empleado para obtener la representación espectral de DSBFC



4.3. DSBFC multitono

Es posible evaluar la potencia del sistema DSBFC en presencia de múltiples señales con diferentes valores de amplitud y de frecuencia. Dado que el sistema es lineal, es posible aplicar el principio de superposición [28]. Por tanto, si la señal de estrada es

$$P_{AM(t)} = P_c \left[1 + \frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} + \dots + \frac{m_N^2}{2} \right] \quad (4.16)$$

donde los subíndices en los índices de modulación pertenecen a las N señales involucradas, es posible obtener una ecuación simplificada de (4.16) a través del índice de modulación equivalente, dado por

$$m_{eq} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_N^2} \quad (4.17)$$

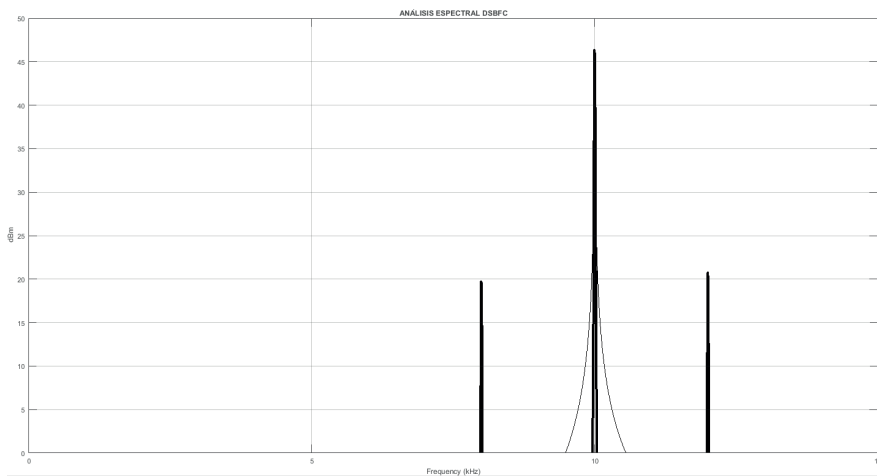
resultando la potencia multitono de DSBFC en

$$P_{AM(t)} = P_c \left[1 + \frac{m_{eq}^2}{2} \right] \quad (4.18)$$

4.4. Modulación en amplitud de banda lateral única (SSB)

En las anteriores modulaciones presentadas se sacrifican algunos parámetros como el ancho de banda, por la simplicidad de transmisión, y la potencia, por la facilidad en recepción. Estos parámetros son de gran relevancia en el diseño de sistemas de telecomunicaciones y es posible optimizarles para mejorar la eficiencia del sistema [5]. SSB, dada su eficiencia, es empleada en las comunicaciones militares, en las comunicaciones de radioaficionados y en telefonía. Debido a su necesidad de filtrado previo, que se detalla más adelante, no es posible su uso en televisión.

Figura 4.7
DSBFC en el dominio espectral resultado de la simulación con el MODELO5.slx



La información que es colocada en el canal para DSBSC y DSBFC es redundante al presentar la información a cada lado de la frecuencia portadora. De igual manera, la potencia que se coloca en DSBFC con fines de simplificar la recepción es considerablemente alta. Un mayor requerimiento a nivel de diseño e, indudablemente, circuitos electrónicos complejos, son la carta de presentación del Sistema de Modulación en Amplitud de Banda Lateral Única (SSB, *Single Side Band*) [5]. Esta optimización en potencia y ancho de banda se refleja en costos.

4.4.1. Implementación de SSB

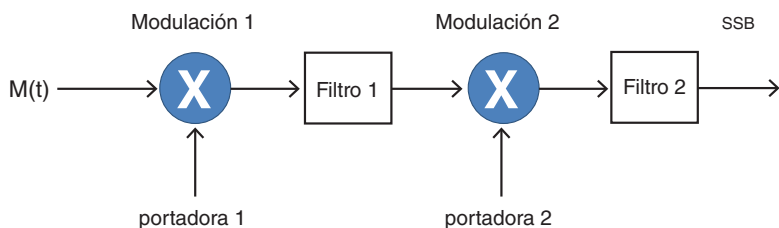
En SSB es necesario optar por filtros con factores de calidad muy elevados para la eliminación de una de las bandas laterales redundantes [29] [30]. Las técnicas viables para la modulación SSB son segregación de frecuencia o filtrado y segregación de fase o desfasamiento de señal [24].

Segregación de frecuencia o filtrado

En la figura 4.8 se presenta el diagrama de bloques del sistema SSB empleando la técnica de segregación de frecuencia, que implica una doble modulación con un diseño balanceado.

Figura 4.8

Diagrama de bloques para el transmisor en un sistema SSB empleando la técnica de segregación de frecuencias



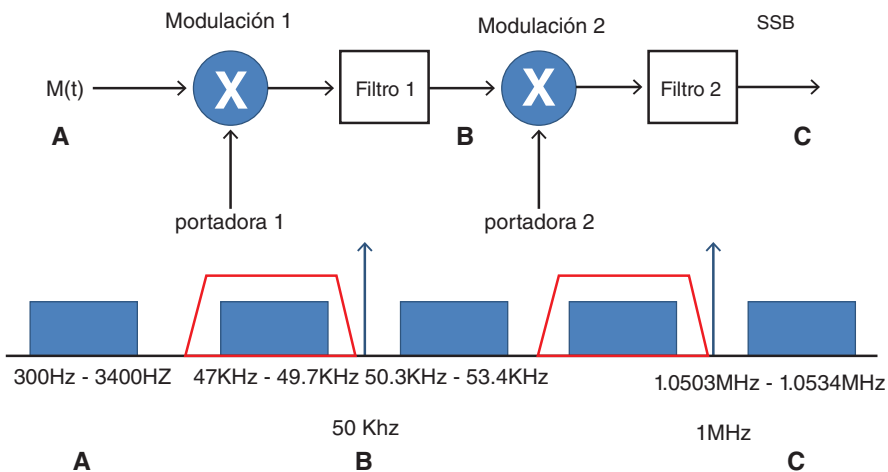
Para la técnica en cuestión, es necesario que la señal $m(t)$ tenga frecuencia mínima alejada del DC. Esto permite que sea físicamente realizable el primer filtro de la figura 4.8 y además que pase toda la señal de información. Por este hecho se mencionó que en televisión analógica no es posible aplicar SSB, ya

que las frecuencias empleadas por la señal de información en este sistema inicialmente son de alrededor de 25 Hz.

La entrada al filtro 1 de la figura 4.8 es una señal DSBSC regida por la ecuación (4.4), con la notación de que la frecuencia portadora que se emplea es un valor de frecuencia intermedia, por el orden de cientos de KHz, y la señal de información es una señal de banda limitada de voz. A la salida de dicho filtro se tiene la eliminación de una de las bandas, como lo muestra la figura 4.9 en su punto B. Al aplicar nuevamente el producto derivado de la modulación 2, en donde la frecuencia de la portadora 2 es la RF, se obtiene la señal SSB después de filtrarla con menores requerimientos de diseño y un orden menor de filtro.

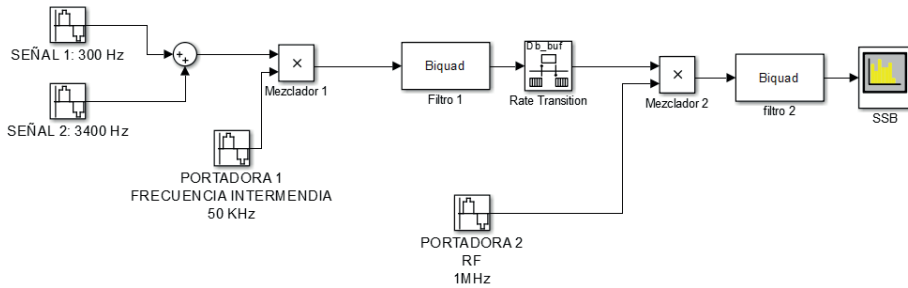
Figura 4.9

Diagrama de bloques para el transmisor en un sistema SSB. Se muestra el curso de la señal a lo largo del sistema de segregación de frecuencias



Para el análisis en frecuencia se presenta el MODELO5.xsl de la figura 4.10. En él se implementa el diagrama de bloques sugerido en la figura 4.9. Se emplean tonos de 300 Hz y 3.4 KHz para simular un canal de voz. Luego de la modulación 1 se emplea un filtro pasabanda con gran factor de calidad para eliminar la banda lateral inferior. Esto se aprecia en la figura 4.11.

Figura 4.10
MODELO5.xsl que permite evaluar en frecuencia la respuesta del sistema SSB



Se recurre al asistente de diseño de filtros para obtener los parámetros que hacen posible la supresión de la banda deseada. Este asistente y su configuración para el ejemplo son mostrados en la figura 4.12.

Figura 4.11
Salida del primer filtro del MODELO6.slx donde se suprime la banda lateral inferior

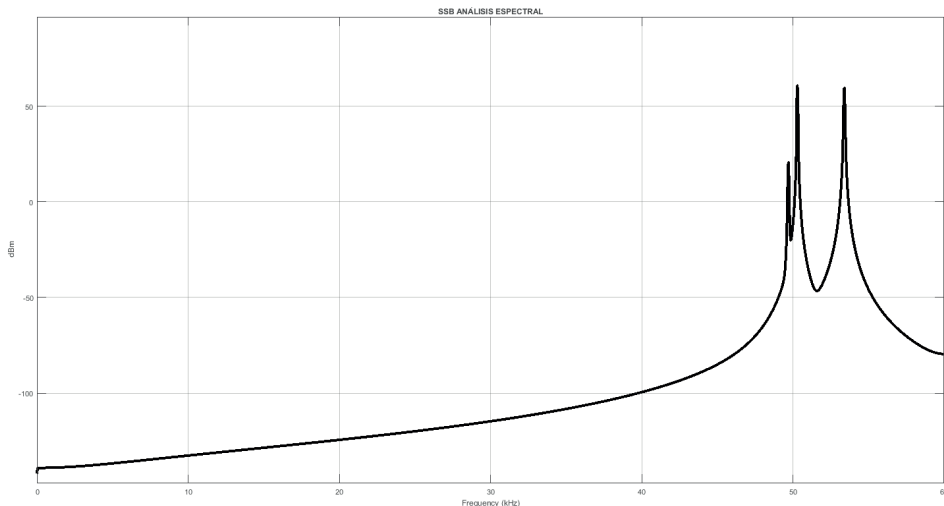
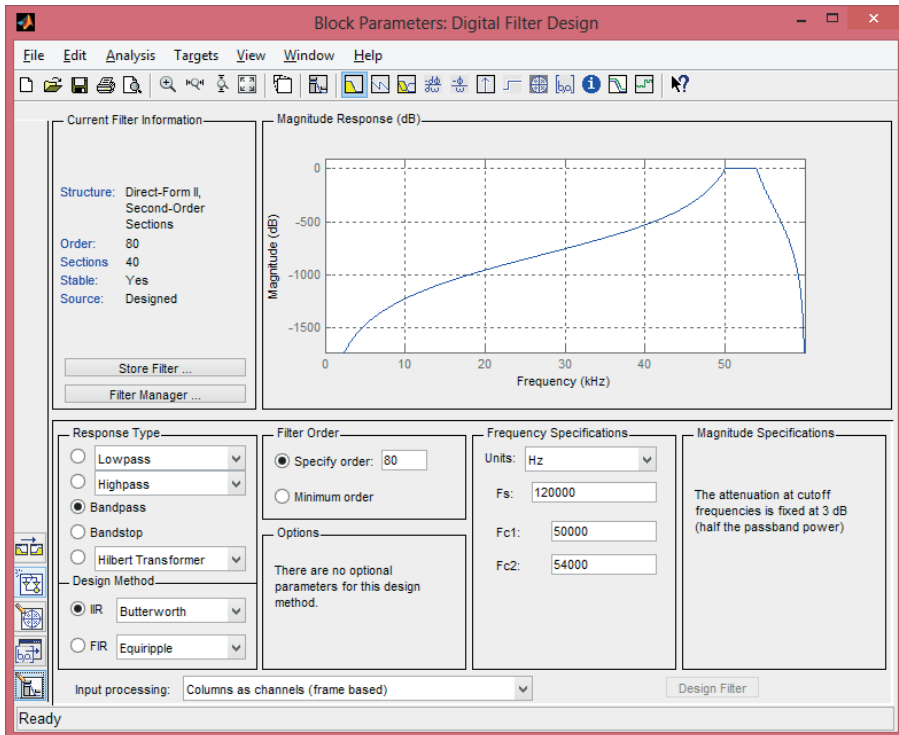


Figura 4.12
Parámetros de diseño del primer filtro del sistema SSB del MODELO6.slx
donde se suprime la banda lateral inferior



De forma análoga, se muestra el resultado a la salida del segundo filtro, posterior a la segunda modulación con la salida final de SSB en la gráfica 4.13. Los parámetros de diseño empleados en el FDA se muestran en la figura 4.14. Es posible confirmar la exigencia de los filtros empleados para atender la situación de SSB, reflejando circuitos electrónicos de alto diseño.

Segregación de fase o desfaseamiento de señal

A continuación, se examina una técnica menos convencional basada en la transformada de Hilbert ($\tilde{x}(t)$). Una señal $x(t)$ tiene una transformada de Hilbert $\tilde{x}(t)$, si y solo si es verificable que para su transformada de Fourier $X(f)$ se cumple [5]:

$$\tilde{X}(f) = \begin{cases} jX(f), & f < 0 \\ -jX(f) & f > 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

La ecuación (4.19) posee un equivalente aplicando la función signo,

$$\tilde{X}(f) = -j \operatorname{sgn}(f) X(f) \quad (4.20)$$

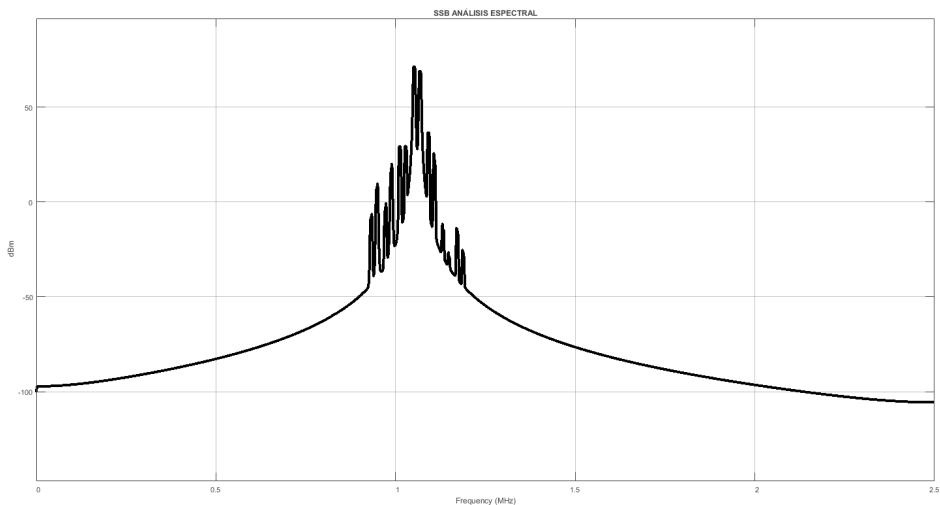
La transformada de Hilbert es posible aplicarla en SIMULINK® mediante el asistente FDA de diseño de filtros digitales.

4.5. Modulación en amplitud de banda vestigial (VSB)

Este tipo de modulación subsana la dificultad presentada en SSB para la necesidad de transmitir señales que poseen componentes de bajas frecuencias y que desean utilizar un sistema de modulación en amplitud optimizado. Tal es el caso de la televisión analógica.

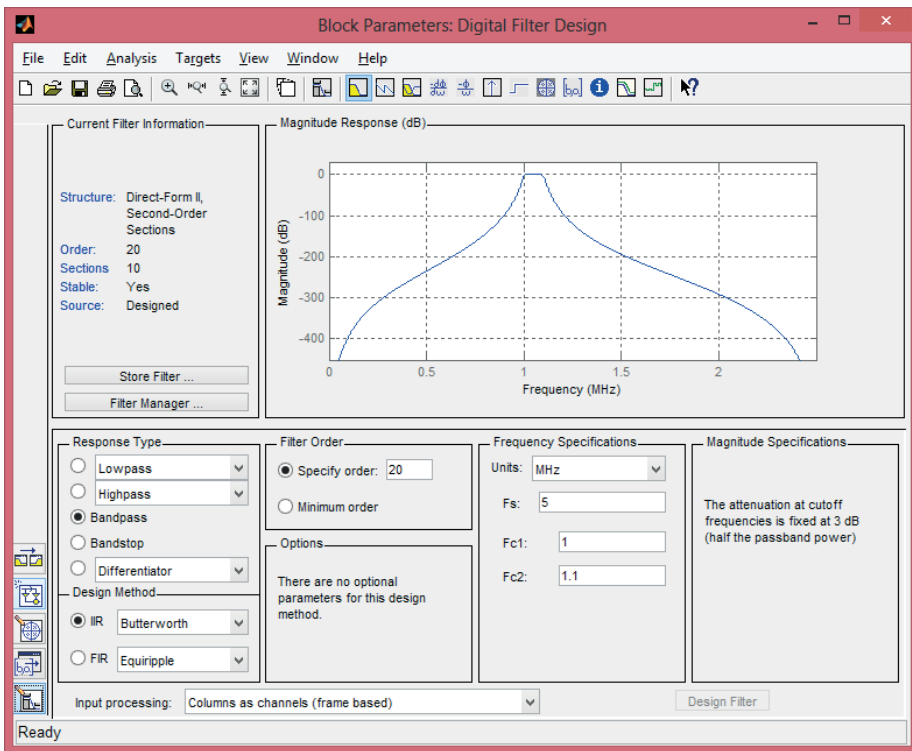
Figura 4.13

Salida del segundo filtro del MODELO6.slx donde se revisa la salida final de SSB, comparable a la figura 4.11



La complejidad de diseño de SSB tanto para su transmisión como para su recepción, obliga a recurrir a otra estrategia en la cual se sacrifica algo de ancho de banda por simplificación en los requerimientos de diseño. El sistema VSB tiene esas cualidades [31]. Para la implementación de VSB solamente es necesario ajustar los requerimientos del filtrado en SSB para que permitan el paso del 25% de la banda suprimida [23]. De esta forma, se disminuyen los requerimientos de los filtros, permitiendo que la componente de la señal que se introduce adicional (vestigio) compense absolutamente la atenuación presente dada por la banda opuesta.

Figura 4.14
Parámetros de diseño del primer filtro del sistema SSB del MODELO6.slx donde se suprime la banda lateral inferior



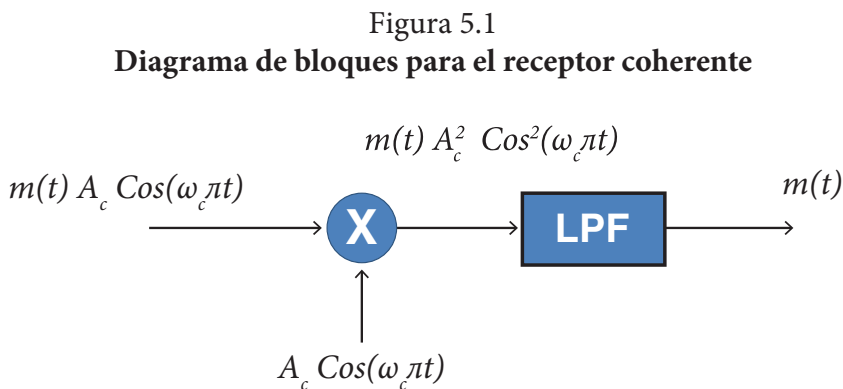
5. Sistemas de recepción analógica: demodulación de AM

Un receptor tiene la función de transferencia inversa al transmisor, lo que implica que debe tener la capacidad de depurar las imperfecciones causadas por el tránsito a través de un medio, eliminar la frecuencia empleada para adecuar la información al medio y sintonizar el canal que se desea recibir [5]. Todas estas cualidades en conjunto también significan demodulación o detección.

El hecho de recobrar la información mapeada en una señal de alta frecuencia implica que se debe poseer una técnica, según su transmisión, para recobrar la información. Estas técnicas están divididas en dos grandes grupos: la detección coherente o síncrona y no coherente o por detección de envolvente [29].

5.1. Recepción coherente o síncrona

El diagrama de bloques de la figura 5.1 muestra un receptor coherente. En él se evidencia que existe necesariamente una multiplicación de la señal DSBSC con la misma señal que le dio origen, es decir, con la portadora.



Como se aprecia en la figura 5.1, la señal descrita por (4.4) es recibida por un mezclador que se encuentra en el receptor coherente. La función que cumple este mezclador es discriminar la señal recibida en dos componentes: una de baja frecuencia que, de hecho, es la señal de información, y otra que está al doble de la frecuencia de la señal portadora. Este último componente será filtrado, y por ende, eliminada del sistema.

Tomando como entrada la señal descrita por (4.5) y operando por la portadora, se tiene a la salida del mezclador:

$$m(t)A_c \cos(\omega_c \pi t) * A_c \cos(\omega_c \pi t) = m(t)A_c^2 \cos^2(\omega_c \pi t) \quad (5.1)$$

Así, aplicando la identidad trigonométrica

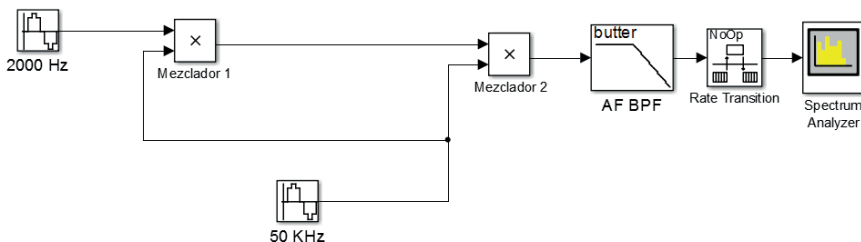
$$\cos^2(\omega_c \pi t) = \frac{1 + \cos(2\omega_c \pi t)}{2} \quad (5.2)$$

resulta, finalmente, a la salida del mezclador

$$\frac{A_c^2 m(t)}{2} + \frac{A_c^2 m(t)}{2} \cos(2\omega_c \pi t) \quad (5.3)$$

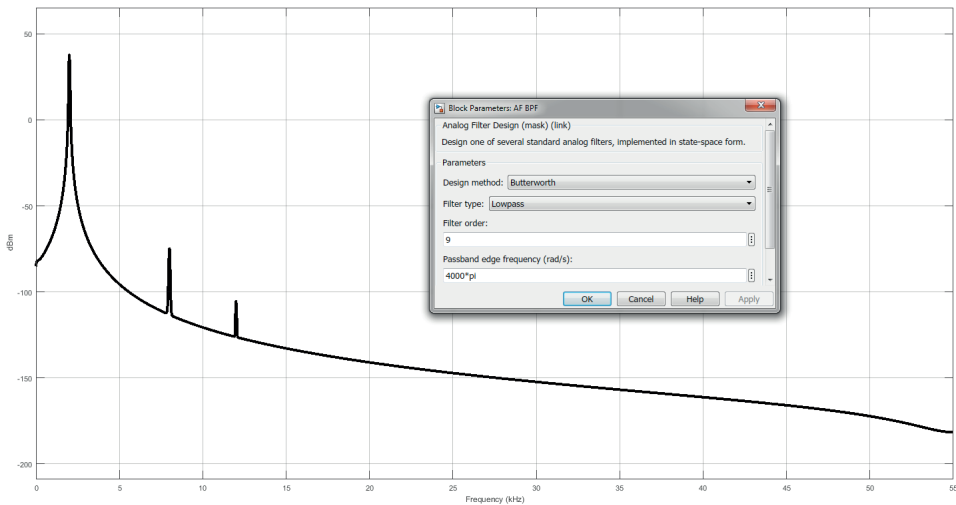
Aquí se evidencia que el segundo miembro de (5.3) está escalado en frecuencia al duplo del valor de la frecuencia de la portadora, componente que es eliminada por el filtro pasabajo. El primer miembro de la ecuación (5.3) es la señal de información que se ha recuperado y que se encuentra afectada por el voltaje RMS de la portadora al cuadrado. En la figura 5.2 se presenta el MODELO6.slx que realiza la demodulación de DSBSC. Es de resaltar que se incluyen las características del filtro y sus parámetros de diseño se incorporan al bloque *Butter()* para implementarle.

Figura 5.2
Diagrama de bloques para el receptor coherente



Los parámetros de configuración del filtro se detallan en la figura 5.3, junto a la gráfica del espectro de la señal recuperada. Es de mencionar que este es un filtro con respuesta continua, por tanto, requiere de un *Rate Transition* con el fin de volver discreta su salida y, así, el *Spectrum Scope* pueda interpretar su salida. En este planteamiento el canal es ideal.

Figura 5.3
Salida del *Spectrum Scope* con la demodulación coherente y los parámetros del filtro pasabajo empleados



Es posible simular un canal real con características básicas de ruido aditivo blanco Gausseano (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*) [16]. El diagrama de bloques MODELO7.slx presenta una simulación de canal AWGN donde se incorpora ruido. La figura 5.4 muestra el MODELO7.slx y en la figura 5.5 la salida del modulador regido por la ecuación (4.4), señal que ingresa al bloque AWGN, cuya configuración también es mostrada.

Figura 5.4
Diagrama de bloques del sistema se muestra el receptor de envolvente

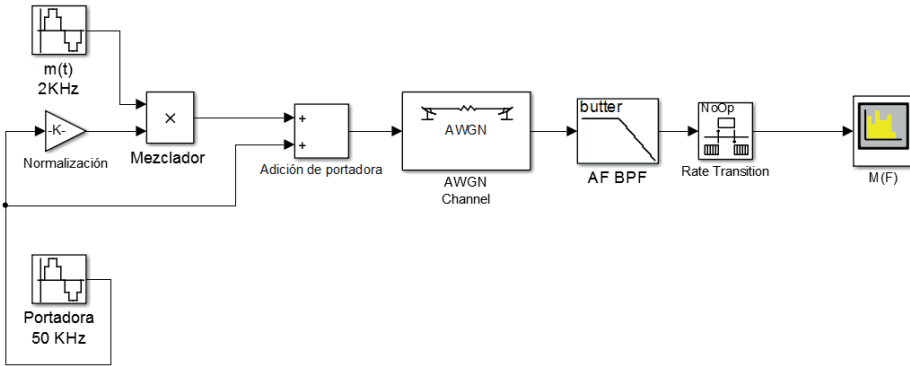
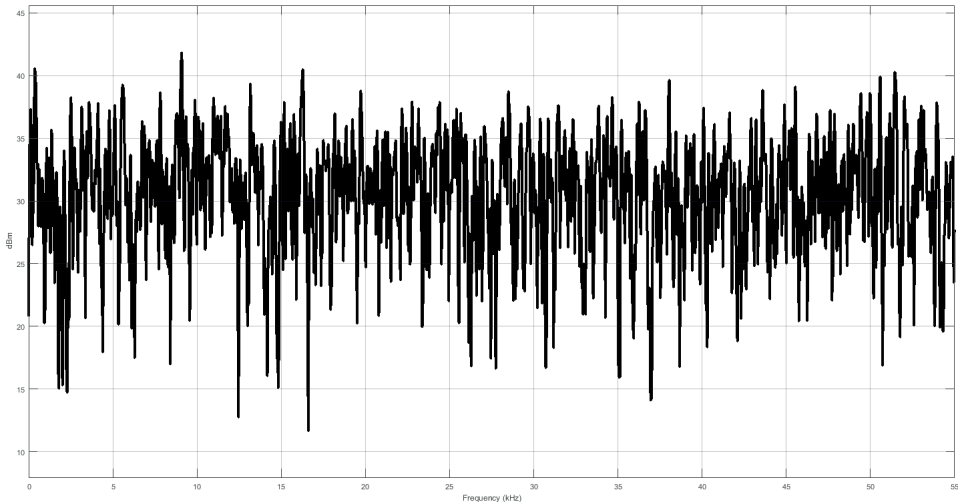


Figura 5.5
Salida del *Spectrum Scope* con la modulación coherente y los parámetros del filtro canal AWGN empleados



5.2. Recepción no coherente o por detección de envolvente

La recepción coherente implica un sincronismo perfecto entre la señal osciladora local del transmisor y la señal osciladora local del receptor [16]. Tener una señal sinusoidal con igual amplitud y fase no representa una

problemática ingenieril, sin embargo, su sincronismo está basado en la fase [5]. Se ha logrado con la electrónica actual tener precisión en osciladores basados en cristales, pero la recuperación del sincronismo de fase requiere de circuitos complejos. Se cambia la complejidad del receptor coherente por la simplicidad del detector de envolvente que, a cambio, exige índices de modulación menores a la unidad y la presencia de una portadora en la señal modulada.

El diagrama de bloques MODELO8.slx se presenta en la figura 5.6, el receptor por detección de envolvente. Es trabajado el canal AWGN y sus parámetros de configuración se muestran en la figura 5.7, junto a la salida de la señal DSBFC que se pretende recuperar con el diagrama de bloques sugerido en el MODELO7.xls. Una vez cruza por el detector de envolvente, es recuperada la señal de información afectada por el ruido del canal. Este efecto es mostrado en la figura 5.8. Es notoria la necesidad de incrementar la potencia de la señal recuperada debido al efecto del ruido.

Figura 5.6

Diagrama de bloques del sistema se muestra el receptor de envolvente

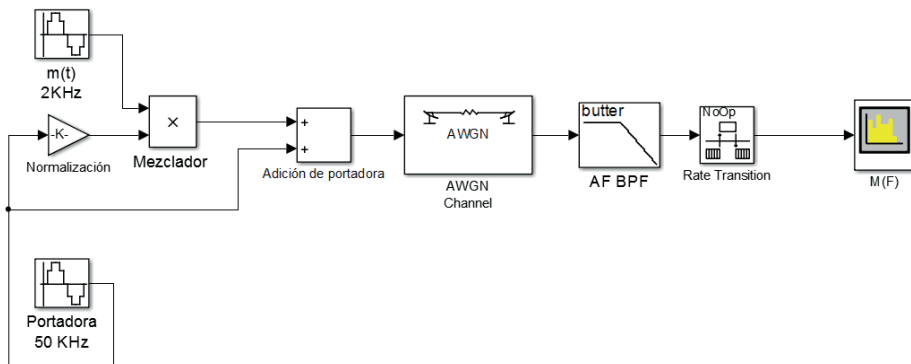


Figura 5.7
Salida del *Spectrum Scope* con la modulación coherente y los parámetros del filtro canal AWGN empleados

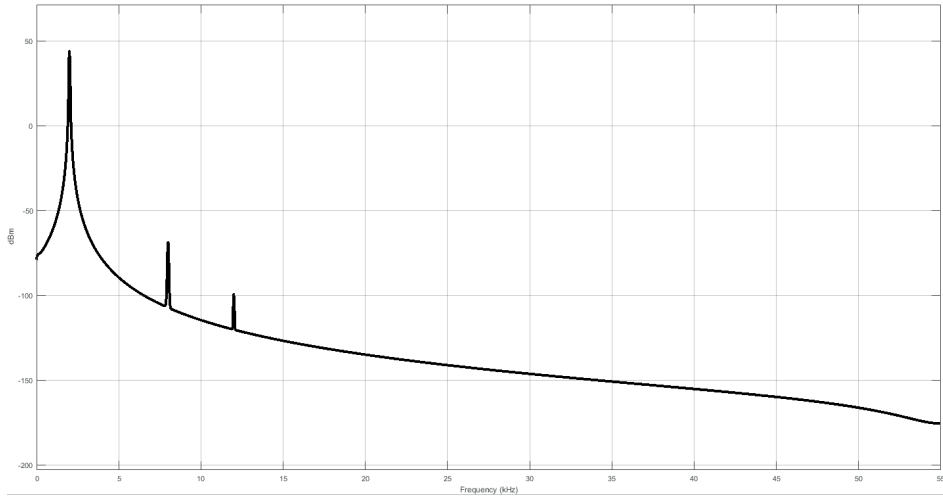
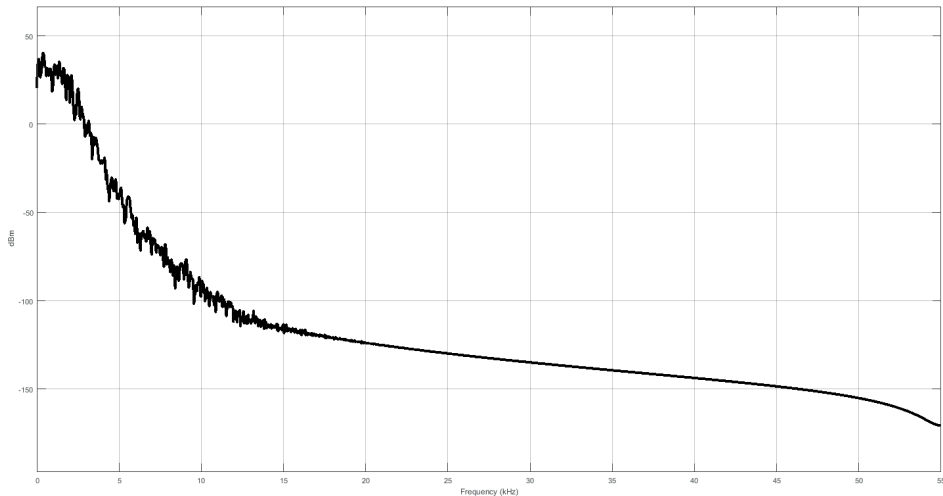


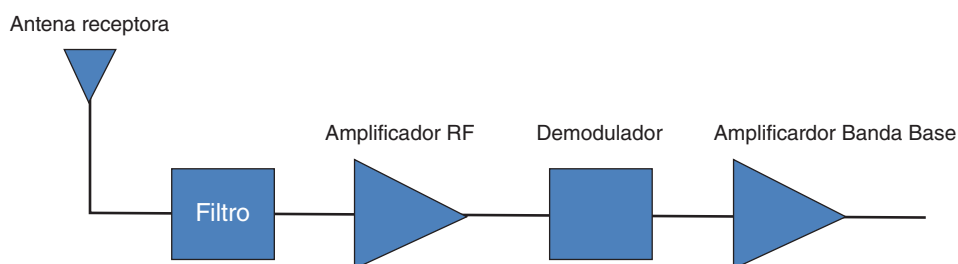
Figura 5.8
Salida del *Spectrum Scope* con la demodulación coherente en presencia de ruido



5.3. Receptor homodino

Un *receptor homodino* es aquel que recibe la frecuencia de interés, que porta la información y la lleva directamente a la etapa de demodulación sin pasar por procesos intermedios más allá del filtrado para depurar la señal recibida [32]. En la figura 5.9 se muestra el diagrama de bloques funcionales de un receptor homodino.

Figura 5.9
Diagrama de bloques de un receptor homodino



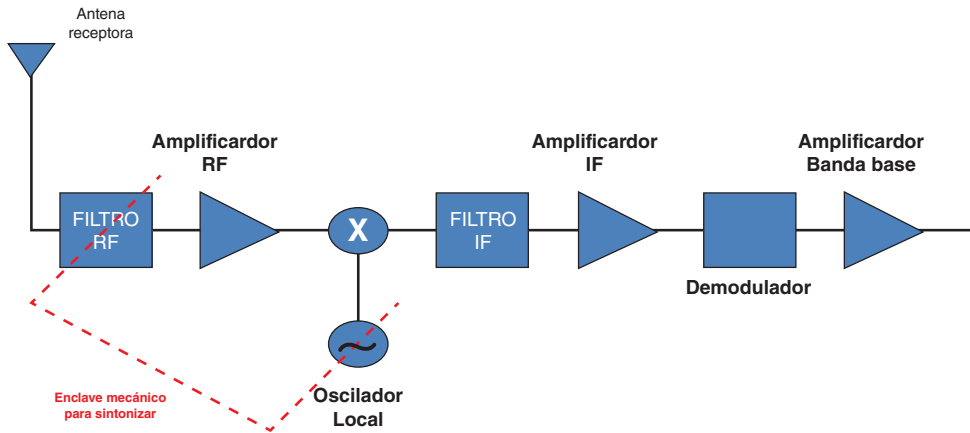
Este tipo de receptor, que funciona muy bien con recepción asíncrona o no coherente, tiene como virtud su bajo costo y fácil implementación. Como defecto, que solamente opera para una única frecuencia de sintonización. Además, el demodulador requiere de un considerable nivel de señal con respecto a la recibida, por lo cual deben adicionarse etapas de amplificación que están limitadas e introducen distorsión y disminuyen la selectividad, ya que en las cadenas comerciales se requiere de una sintonización constante, el receptor homodino pierde fortaleza. Es así como surgen modificaciones apareciendo el receptor *heterodino* como solución.

5.4. Receptor superheterodino

Este tipo de recepción, implementada a final de la tercera década del siglo pasado, ha solucionado los inconvenientes del receptor anterior, haciéndolo presente en todos los dispositivos actuales de recepción como televisores y radios comerciales.

Su versatilidad radica en el uso de una frecuencia intermedia única, cualquiera que sea la frecuencia recibida. Así, las etapas de amplificación posteriores a la recepción de radiofrecuencia serán constantes. La frecuencia intermedia (*IF*) resulta de mezclar la frecuencia recibida por la antena con una frecuencia auxiliar variable de sintonización del oscilador local, entregando una modulación de amplitud. El diagrama de bloques funcionales del receptor superheterodino se muestra en la figura 5.10.

Figura 5.10
Diagrama de bloques del receptor superheterodino



Dado que se entrega una modulación en amplitud de doble banda lateral sin portadora a la salida del mezclador, es necesario suprimir una de las dos bandas. Por estandarización, se suprime la banda lateral superior. Para calcular la frecuencia intermedia se remite a:

$$f_{IF} = f_{OL} - f_{Rx} \quad (5.4)$$

5.4.1. Frecuencia imagen

En el receptor superheterodino, una vez sintonizado, existirá otra frecuencia de entrada de RF que produce la misma señal constante de frecuencia intermedia. A esta frecuencia se le conoce como frecuencia imagen y debe ser bloqueada por el filtro de IF. El valor de esta frecuencia es posible obtenerlo mediante:

$$f_{im} = f_{rx} + 2f_{IF} \quad (5.5)$$

6. Modulación en frecuencia (FM)

La modulación lineal tiene poco en común con la modulación en frecuencia. La modulación de amplitud se caracteriza por trasladar directamente el espectro de la señal de información a la frecuencia de la portadora. El ancho de banda de la señal modulada es el doble de la frecuencia de la señal de información –salvo en SSB– y solo es posible mejorar la relación señal/ruido con el aumento de la potencia en la señal transmitida. Para FM estos aspectos varían.

Para FM los cambios de la señal de información $m(t)$ se reportan a través de una variación que va desde una frecuencia mínima hasta un valor de frecuencia máxima [5]. A estos límites de variación de frecuencia se les denomina desviación de frecuencia Δf . Este parámetro es posible verlo como un desfase que se agrega a la frecuencia de la portadora en la situación de no modulación. La ecuación que describe a FM es:

$$FM(t) = A_c \cos(\omega(t)) \quad (6.1)$$

La variación del argumento en la señal de FM define la frecuencia instantánea y está descrita por [23]:

$$\omega(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f m(t) \quad (6.2)$$

donde k_f representa la sensibilidad de frecuencia del modulador en unidades de Hertz por voltio o amperio según $m(t)$. La desviación de frecuencia se

puede describir mediante [23]:

$$\Delta f = k_f A_m \quad (6.3)$$

Puede entenderse la desviación de frecuencia como la variación mínima y máxima referida a la frecuencia de la portadora debido al cambio en la señal modulante. Con la finalidad de obtener el valor de fase que se agrega al valor de la frecuencia portadora aun sin modular, se integra la frecuencia instantánea descrita en:

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t A_m \text{Cos}(2\pi f_m \alpha) d\alpha \quad (6.4)$$

Resolviendo la integral y reemplazando (6.3), (6.4) se convierte en

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \text{Sen}(2\pi f_m t) \quad (6.5)$$

donde se presenta el índice de modulación dado por

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (6.6)$$

Y así, finalmente la ecuación que describe a la modulación en frecuencia presentada en (6.1), resulta

$$FM(t) = A_c \text{Cos}(2\pi f_c t + \beta \text{Sen}(2\pi f_m t)) \quad (6.7)$$

Hay dos situaciones para las cuales se debe analizar el índice de modulación con respecto de un radian [23]. Esta situación es para FM de banda angosta si es mucho menor y de banda ancha si es mucho mayor.

6.1. Cálculo del índice de modulación para FM

Es posible a través de identidades trigonométricas expandir (6.7), de tal forma que modifique ligeramente su presentación con fines de modelar matemáticamente. Partiendo de la identidad

$$\text{Cos}(\alpha \pm \delta) = \text{Cos}(\alpha)\text{Cos}(\delta) \mp \text{Sen}(\alpha)\text{Sen}(\delta) \quad (6.8)$$

y aplicando en (6.7), se obtiene

$$FM(t) = A_c \left[\text{Cos}(\omega_c t) \text{Cos}(\beta \text{Sen}(\omega_m t)) - \text{Sen}(\omega_c t) \text{Sin}(\beta \text{Sen}(\omega_m t)) \right] \quad (6.9)$$

Donde los términos $\text{Cos}(\beta \text{Sen}(\omega_m t))$ y $\text{Sen}(\beta \text{Sen}(\omega_m t))$ de (6.9) pueden ser expandidos en series de Fourier con coeficientes que tienen la forma de la función de Bessel de primera clase y orden n [28], donde $J_n(\beta)$ es el orden y β es el argumento, resultando:

$$\text{Cos}(\beta \text{Sen}(\omega_m t)) = J_0(\beta) + 2 \sum J_{2n}(\beta) \text{Cos}(2n\omega_m t) \quad (6.10)$$

y

$$\text{Sen}(\beta \text{Cos}(\omega_m t)) = 2 \sum J_{2n+1}(\beta) \text{Sen}((2n+1)\omega_m t) \quad (6.11)$$

Recordando las relaciones trigonométricas

$$\text{Cos}(\alpha)\text{Sen}(\delta) = \frac{1}{2} [\text{Cos}(\alpha + \delta) + \text{Cos}(\alpha - \delta)] \quad (6.12)$$

y

$$\text{Sin}(\alpha)\text{Sen}(\delta) = -\frac{1}{2} [\text{Cos}(\alpha + \delta) - \text{Cos}(\alpha - \delta)] \quad (6.13)$$

las cuales se aplican a (6.9), y expandiendo en series de Fourier [28], finalmente se obtiene la señal de modulación en frecuencia en función de los términos de los coeficientes de Bessel

$$\begin{aligned}
 FM(t) = A_c \{ & J_0(\beta) \text{Sen} \omega_c t + J_1[\text{Sen}(\omega_c + \omega_m)t - \text{Sen}(\omega_c - \omega_m)t] + \\
 & J_2[\text{Sen}(\omega_c + 2\omega_m)t - \text{Sen}(\omega_c - 2\omega_m)t] + \\
 & J_3[\text{Sen}(\omega_c + 3\omega_m)t - \text{Sen}(\omega_c - 3\omega_m)t] + \dots \}
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

La ecuación (6.14) muestra una portadora y un importante número de bandas laterales regidas por los coeficientes de la función de Bessel $J_n(\beta)$.

Es posible concluir que a medida que aumenta el índice de modulación, incrementa el número de réplicas armónicas que acompañan la portadora dado el aumento de la no linealidad en la señal moduladora. Este aumento en las armónicas impacta directamente sobre el ancho de banda a pesar de que sus amplitudes vayan disminuyendo conforme aumenta el índice de modulación.

6.2. Ancho de banda para FM

En la operación comercial de la modulación en frecuencia, la banda permitida está comprendida entre 88 MHz y 108 MHz, divididos en cien (100) canales que se identifican con los números del 201 al 300 [25], [28]. De estas frecuencias, la Comisión Federal de Comunicaciones de Estados Unidos (FCC, *Federal Communications Commission*) ha regulado que los primeros veinte (20) canales de FM están reservados para uso exclusivo académico sin fines de lucro, para lo cual debe mantener su potencia radiada menos a diez (10) vatios.

En cuanto al ancho de banda sin límites técnicos aparentes en los requisitos de ancho de banda, para permitir que el máximo número de emisoras de FM pueda funcionar con la mínima distorsión e interferencia, la desviación de frecuencia máxima para FM comercial se ha fijado en ± 75 kHz. Puesto que no hay potencia sustancial más allá de este valor, el ancho de banda real aplicable es de 200 KHz, tomando la mayor frecuencia de modulación limitada en 15 KHz.

El valor de amplitud bajo en las bandas laterales permite eliminarles sin que modifiquen significativamente la señal de información, obteniendo una reducción del ancho de banda [28]. Dado esto, se presentan los métodos para estimar el ancho de banda de FM en función de su índice de modulación.

6.2.1. Regla de Carlson

Como se mencionó con anterioridad, si el índice de modulación es igual o mayor a un radian, se trata de FM de banda ancha para lo cual es posible aplicar la *regla de Carlson* [28]. En ella se establece que el ancho de banda de FM puede darse según:

$$B_{FM} = 2(\beta + 1)f_{\max} \quad (6.15)$$

donde f_{\max} es la frecuencia máxima de la señal modulante. También es posible expresar la regla de Carlson en función de la desviación de frecuencia

$$B_{FM} = 2(\Delta f + f_{\max}) \quad (6.16)$$

Para situaciones en la cual el índice de modulación está por debajo de un radian, es decir, FM de banda angosta, se debe calcular el ancho de banda por estimación de la función de Bessel.

6.3. Potencia de FM

El voltaje de las componentes espectrales de FM está dado por la siguiente ecuación [28]:

$$V_n = J_n(\beta)V_c \quad (6.17)$$

Donde

$J_n(\beta)$ Coeficiente de Bessel

V_n Voltaje de la armónica

V_c Voltaje de la portada

de tal forma que para hallar su potencia promedio normalizada en función de la portadora, en ausencia de modulante y en términos de la función de Bessel, basta con elevar al cuadrado y expandir (6.17), resultando

$$P_{FM}^- = \frac{V_c^2}{2} \left[J_0^2(\beta) + 2J_1^2(\beta) + 2J_2^2(\beta) + \dots + 2J_n^2(\beta) \right] \quad (6.18)$$

Una apreciación importante es la propiedad de la función de Bessel que indica que [28]

$$\sum J_0^2(\beta) + 2J_1^2(\beta) + 2J_2^2(\beta) + \dots + 2J_n^2(\beta) = 1 \quad (6.19)$$

lo que convierte la ecuación de la potencia de FM (6.18) finalmente en la potencia de la portadora en ausencia de modulación.

$$P_{FM}^- = P_c \quad (6.20)$$

Una interpretación a este fenómeno está en que, al iniciar la modulación, la potencia de la portadora es redistribuida en las componentes armónicas a lo largo de su espectro.

Para apreciar la distribución de potencia en FM, se presenta el `MODELO8.slx`, que se aprecia en la figura 6.1. A pesar de ser muy simple, se evidencian los parámetros de configuración del bloque *FM Modulator Passband* del *toolbox* de comunicaciones.

En el bloque de *FM Modulator Passband* se configuran parámetros simples como se evidencia en la figura 6.2. Hay una especial atención en el parámetro *Frecuency Desviation*, donde realmente lo que debe ingresarse es la sensibilidad de frecuencia del modulador k_f [33], [34] que puede despejarse en (6.3). Para el ejemplo a visualizar se toma un índice de modulación de 5 y una desviación de frecuencia de 75 KHz, parámetros de la FM comercial. En la ilustración 6.3 se aprecia la salida del modulador de FM.

MODELO DE SIMULINK® 8. Espectro de FM

Figura 6.1
Diagrama de Bloques para obtener el espectro de FM

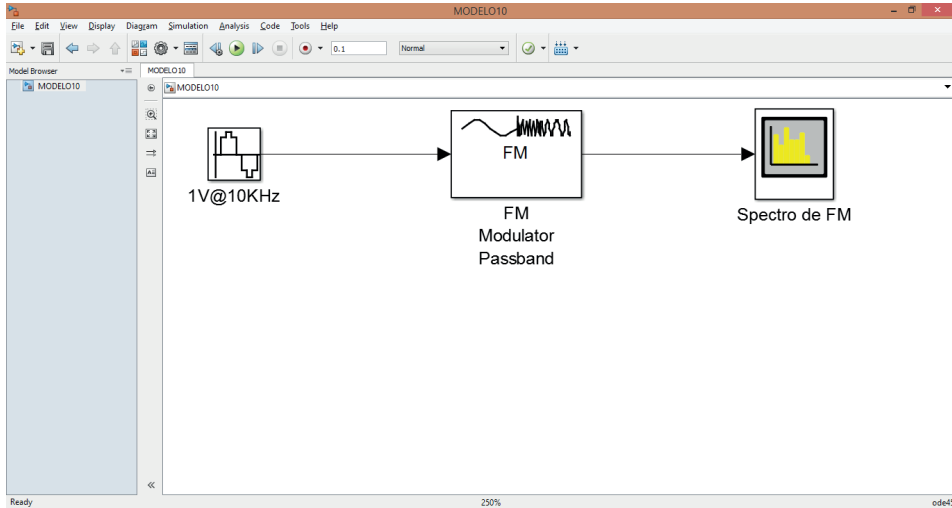


Figura 6.2
Configuración de FM *Modulator Passband*

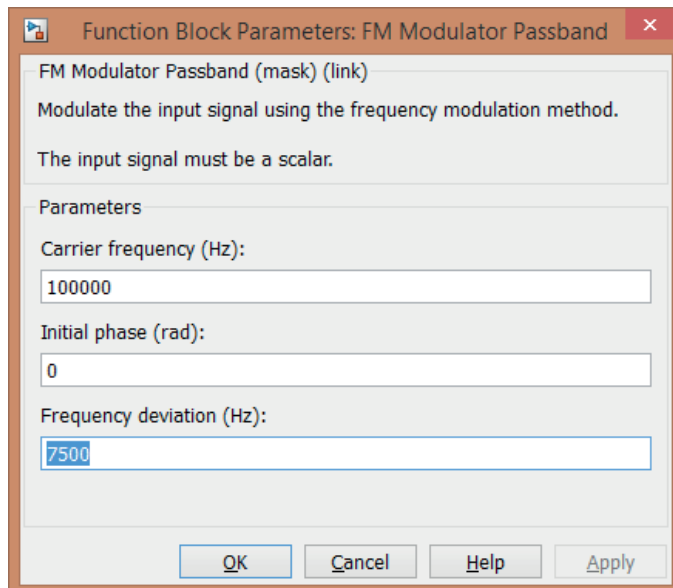
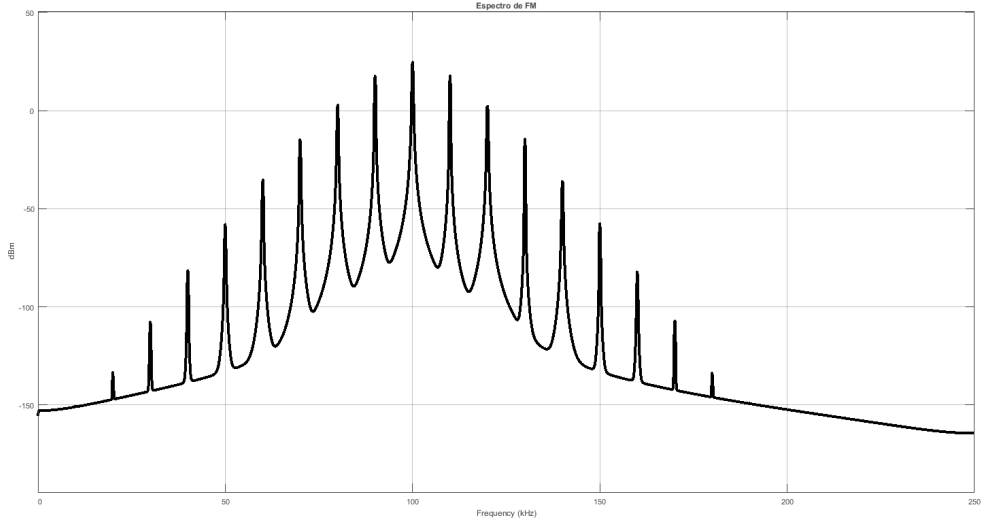


Figura 6.3
Espectro de FM obtenido a través del MODELO10.sl x



Bibliografía

- [1] L. W. Couch, *Digital & Analog Communication Systems: International Edition*. Pearson Education Limited, 2013.
- [2] S. Modeling and S. T. Karris, *Signals and Systems*. 2001.
- [3] J. F. Piedrahita, “2 Distribución del espectro radioeléctrico y esquemas de asignación de ancho de banda en Colombia y su relación con el nivel de desarrollo de los servicios móviles” en *Análisis y estudio técnico de la transferencia de tecnología para la prestación de servicios de telefonía y banda ancha móvil en Colombia a través de operadores móviles virtuales soportados por tecnología LTE* (Tesis de maestría) Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Colombia, 2011.
- [4] R. Cárdenas C., “Uso de la banda de 2.4 GHz según la regulación colombiana,” *Rev. Tecnura*, vol. 14, no. 27, pp. 75–88, 2010.
- [5] J. E. Briceño M., *Principios de las Comunicaciones*. Universidad de los Andes, 2005.
- [6] G. Bathgate, *Voices from the Ether: The History of Radio*. Lulu.com, 2012.
- [7] L. Cohen, “The history of noise [on the 100th anniversary of its birth],” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 22, no. November, pp. 20–45, 2005.
- [8] MathWorks Inc., “MATLAB The language technical Computing,” 2013. [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/products/matlab/>.
- [9] N. Benvenuto and M. Zorzi, *Communications networks and systems principles of communications*. Wiley, 2011.
- [10] S. Haykin and B. Van Veen, *Señales y Sistemas*. Wiley, 2001.
- [11] Mathworks, *Communications Blockset™ 5 User’s Guide*. 2010.
- [12] L. F. Chaparro, *Signals and Systems using MATLAB*. Elsevier, 2011.

- [13] R. G. Gallager, *Principles of Digital Communication*. 2007.
- [14] G. Amos, *MATLAB An introduction with applications*. Wiley, 2011.
- [15] B. Sklar, *DIGITAL COMMUNICATIONS Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, 2001.
- [16] L. I. Couch, *Sistemas de comunicaciones digitales y analógicos*. Pearson Educación, 2008.
- [17] J. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*. McGraw-Hills, 2007.
- [18] J. Proakis and M. Salehi, *Contemporary Communication Systems Using Matlab*. Thompson, 1998.
- [19] J. Briceño, *Principios de las comunicaciones*, Publciacio. Universidad de los Andes, 2005.
- [20] W. H. Tranter, K. S. Shanmugan, T. S. Rappaport, and K. L. Kosbar, *Principles of communication systems simulation with wireless applications*. Prentice Hall Press, 2003.
- [21] B. P. Lathi, "Signal processing and linear systems." pp. 617–662, 2010.
- [22] M. Granda Miguel and E. Mediavilla Bolado, *Instrumentación electrónica : transductores y acondicionadores de señal*. Madrid, España: Universidad de Valencia, 2015.
- [23] S. Haykin, *Communication Systems*. Wiley, 2001.
- [24] H. Jardón A., *Fundamentos de los sistemas modernos de comunicación*. Alfaomega Grupo Editor, 2002.
- [25] E. Herrera, *Comunicaciones I: Señales, transmisión y modulación*. 2006.
- [26] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

- [27] E. Kreyszig, “Matemáticas Avanzadas para Ingeniería.” Wiley, p. 721, 2003.
- [28] K. C. Raveendranathan, *Communication Systems Modelling and Simulation: Using MATLAB and Simulink* MATLAB and Simulink. Universities Press, 2011.
- [29] M. H. Hayes, *Schaum’s Outline of Theory and Problems of Digital Signal Processing* Schaum’s outline series. New York: McGraw - Hills, 1999.
- [30] D. E. O. M. Y. Decimétricas, “Rec. UIT-R BT.798-1 RECOMENDACIÓN UIT-R BT.798-1,” p. 798, 1994.
- [31] H. Hsu, *Analog and Digital Communications*. McGraw - Hills, 2003.
- [32] S. Gallardo Vazquez, *Elementos de sistemas de telecomunicaciones*. 2015.
- [33] D. Silage, *Digital Communication Systems Using MATLAB and Simulink*. Bookstand Publishing, 2009.
- [34] E. I. González, J. E. Olguín, C. Camargo, J. Miguel, and H. Ontiveros, “Desarrollo e integración de una estación de radio AM / FM basada en computadora Developing and integrating a computer-based AM/FM radio station,” *Ing. e Investig.*, vol. 30, no. 2, pp. 78–86, 2010.

Esta edición consta de 150 ejemplares.
Se diseñó y diagramó en la Editorial Unimagdalena.
Se imprimió en agosto de 2017 en los talleres de
Xpress Estudio Gráfico y Digital. Carrera 69H No. 77-40
Bogotá D.C., Colombia

En su composición se utilizaron caracteres
Minion Pro 12 puntos y Helvetica LT Std 12/13/14 puntos.
Formato 17 x 24 cm.
Su portada va en papel propalcote de 300 gramos y las
páginas interiores en papel bond bahía 90 gramos.