

PRÁCTICAS DE LABORATORIO

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = 1.618$$

Luis Alberto Soto Reyes
[Coordinador]

PARA LA MATERIA DE ÁLGEBRA

MATEMÁTICAS I Y II



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO



Universidad Autónoma de Querétaro

Dra. Margarita Teresa de Jesús García Gasca

Rectora

Dr. Javier Ávila Morales

Secretario Académico

M. en E.D. Jaime Nieves Medrano

Director de la Escuela de Bachilleres

M. en C. Rita Ochoa Cruz

Secretaria Académica de la Escuela de Bachilleres

M. en A. José Luis Perea Pacheco

Coordinador del Plantel Sur

M. en C. Edgar Ulloa Hernández

Coordinador del Plantel Norte

Dr. Mario Mejía Ugalde

Coordinador del Plantel San Juan del Río

Lic. María Patricia Pérez Velázquez

Coordinadora del Plantel Colón

M. en A. Antonio Pérez Martínez

Coordinador del Plantel Pedro Escobedo

C.P. Gloria Inés Rendón García

Coordinadora del Plantel Pinal de Amoles

M. en A. Óscar Uriel Cárdenas Rosas

Coordinador del Plantel Bicentenario

M. en Lit. José Cupertino Ramírez Zúñiga

Coordinador del Plantel Amazcala

Lic. Rosa Martina Balderas Ledesma

Coordinadora del Plantel Concá

M. en A. Hugo Enrique Suárez Camacho

Coordinador del Plantel Jalpan

Mtra. María de la Luz Ruiz Maqueda

Coordinadora del Plantel Amealco

M. en A. José Antonio Cárdenas Rosas

Coordinador del Bachillerato Semiescolarizado

Dr. José Eduardo Rodríguez Guevara

Coordinador de Informática Educativa

M. en C. Rita Ochoa Cruz

Coordinadora de Publicaciones

Primera edición: 2022

D.R. © 2022 De los autores

D.R. © 2022 Universidad Autónoma de Querétaro

Cerro de las Campanas s/n

Centro Universitario, 76010

Santiago de Querétaro, México

ISBN: 978-607-513-643-1



PRÁCTICAS DE LABORATORIO PARA LA MATERIA DE ÁLGEBRA

Matemáticas I y II

Coordinador:

Luis Alberto Soto Reyes

Autores:

Antonio Cárdenas Rosas
César Hernández Gutiérrez
Daniel Sánchez Guerrero
Dulce Gabriela Rivera Sánchez
Jaime Nieves Medrano
Javier Peña Perrusquía
Jerónimo Gómez Rodríguez
José Eduardo Rodríguez Guevara
Luis Alberto Soto Reyes
María del Carmen Molinero Bárcenas
Mariana Lujambio Chávez
Maribel Villegas Villegas
Noemí Gabriela Lara Sáenz
Óscar Uriel Cárdenas Rosas
Rita Ochoa Cruz
Ronna Delgado Altamirano
Rosa María Barajas Villa
Yuri Perrusquía Reyes





Presentación

Este manual de prácticas propone herramientas pedagógicas generadoras de entornos de aprendizaje que fomentan en los estudiantes la asimilación de los conocimientos obtenidos en Matemáticas I y II. Lo anterior representa un gran reto, ya que los grandes cambios en los modelos educativos y el desarrollo acelerado de nuevas tecnologías modifican el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Durante el desarrollo de este cuadernillo, los docentes de la Escuela de Bachilleres de la UAQ se dieron a la tarea de revisar los recursos tecnológicos disponibles y pertinentes en el contexto actual, con el fin de propiciar una mejor visualización de los conceptos aprendidos y una mayor comprensión de las aplicaciones de los conocimientos adquiridos en el aula.

En un mundo hiperestimulante, las personas tienden a desarrollar apatía hacia su entorno. La sorpresa y la curiosidad carecen de sentido cuando se tiene tanto flujo de información. Por ello es de vital importancia proponer una visión distinta de los métodos pedagógicos, una perspectiva que invite a la reflexión sobre situaciones relevantes y estimulantes para los alumnos. Los recursos pedagógicos deben empezar a ajustarse a las nuevas formas en que los estudiantes adquieren su conocimiento dentro y fuera del aula. Con base en este enfoque, buscamos despertar mediante este material tanto en docentes como en alumnos el deseo de comprender, estudiar, utilizar y hacer matemáticas.

El presente manual de prácticas es el resultado del esfuerzo conjunto de los docentes del área de Matemáticas de la Escuela de Bachilleres de la UAQ, quienes pretenden que los estudiantes de esta institución tengan una mayor asimilación de los conceptos relacionados con esta materia.



Índice

Prólogo.....	6
Introducción.....	7
Matemáticas I y II.....	8
Bloque 1.....	9
<u>GeoGebra, puntos y ecuaciones: mis primeros pasos.....</u>	10
Bloque 2.....	15
<u>Sistemas de ecuaciones lineales: clasificación y representaciones.....</u>	16
<u>¿Dónde se utiliza un sistema de ecuaciones lineales en mi comunidad?.....</u>	19
<u>Sistema de ecuaciones 3 x 3: interpretación gráfica de los determinantes.....</u>	23
<u>Excel y sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2.....</u>	27
Bloque 3.....	33
<u>Números complejos y sus operaciones.....</u>	34
<u>Jugando con radicales.....</u>	38
Bloque 4.....	41
<u>Ecuaciones cuadráticas y su representación gráfica.....</u>	42
<u>Sistemas de ecuaciones mixtos.....</u>	45
<u>¿Cómo puedo resolver una ecuación de segundo grado?.....</u>	48
<u>Representación gráfica de un sistema de ecuaciones mixto.....</u>	52
Bloque 5.....	54
<u>Ecuaciones e inecuaciones de grado superior.....</u>	55
<u>Ecuaciones de grado superior en GeoGebra.....</u>	58
Bloque 6.....	62
<u>Inecuaciones con dos variables y sus gráficas.....</u>	63
<u>¿Se puede aplicar una desigualdad en la vida cotidiana?.....</u>	66
Bloque 7.....	69
<u>Funciones cuadráticas.....</u>	70
<u>Funciones polinomiales y problemas de aplicación:</u>	
<u>las montañas rusas y las funciones polinomiales.....</u>	74
<u>Funciones polinomiales y el caso de los valores imposibles.....</u>	77



Prólogo

El área de las matemáticas es una de las más controvertidas fuera y dentro del aula, debido a su aparente complejidad al momento de aprenderlas y ponerlas en práctica en situaciones cotidianas. Además, su naturaleza abstracta intimida a cualquier persona que intenta introducirse en ellas, por lo que a ojos de los iniciados parece imposible comprenderlas. Sin embargo, a pesar de estos prejuicios, se debe trabajar para generar un ambiente apropiado, motivante y relevante para los estudiantes, así como innovar en métodos pedagógicos contextualizados en una era que cambia vertiginosamente.

Hacer notar las matemáticas en un entorno pertinente para el alumno es de vital importancia. De lo contrario se genera una desconexión, una barrera que limita la comprensión de esta ciencia. Si consideramos lo anterior, podremos formar alumnos no sólo con los conocimientos, sino con las herramientas necesarias para ser ciudadanos socialmente responsables, empáticos y plenos.

La meta de este esfuerzo conjunto es proporcionar a los estudiantes una visión distinta de las matemáticas, una más familiar, relevante y participativa, de manera que nazca en ellos un interés genuino por reflexionar sobre ellas, comprenderlas y crearlas. Para ello, se proponen prácticas que ayudan a visualizar los conocimientos adquiridos en el aula y sus aplicaciones. No obstante, éstas requieren un esfuerzo consciente por parte del estudiante, por lo que el repaso de los conocimientos previos es primordial para cumplir los objetivos de las actividades.



Introducción

Este manual es una compilación de prácticas planteadas a partir de una visión más envolvente y proactiva. Su objetivo principal es generar entornos de aprendizaje que favorezcan la participación, el análisis y la reflexión. En este sentido, el papel del docente debe ser muy activa, para guiar al estudiante a través de las distintas actividades, proponer situaciones de reflexión y motivar la curiosidad por las matemáticas. Para que esto suceda es importante que el docente conozca bien lo que se va a realizar durante cada práctica. Por esta razón, se recomienda que explore el material antes de aplicarlo, de manera que no sólo reconozca los procesos, sino también identifique oportunidades de reflexión e investigación.

Las prácticas en este documento fueron pensadas para un alumno con un rol activo dentro de su proceso de aprendizaje, que utilice los conocimientos adquiridos en el aula y desarrolle herramientas de autoaprendizaje. Asimismo es importante promover el trabajo conjunto para cultivar un ambiente apropiado para el aprendizaje de todos los actores involucrados, así como desarrollar habilidades de sana colaboración y empatía. Con el fin de ayudar a una mejor comprensión de los conocimientos teóricos, es fundamental que el docente planifique y adecue los tiempos y materiales, ya que las actividades están pensadas para fortalecer los temas revisados durante el semestre.

Esperamos que este trabajo genere una continua reflexión sobre la labor docente, para que ésta evolucione y nutra el proceso de aprendizaje de los estudiantes.



Matemáticas I y II

Una de las complicaciones al momento de adentrarse en un nuevo tema es la comprensión de los términos utilizados. Las matemáticas no son la excepción, pues conocer el lenguaje algebraico es fundamental para comprender cada concepto que se revisará a lo largo de los cursos de nivel medio superior y superior. Por esta razón es importante que los estudiantes adquieran estos conocimientos y asimilen sus alcances.

Durante este curso, se retoman y amplían los conceptos algebraicos del curso previo. Algunos de los temas revisados pueden ser abordados a partir de sus aplicaciones, por lo que es importante revisar las prácticas en este documento y garantizar la concordancia entre la teoría revisada en clase y las prácticas realizadas. La organización de este material es por bloques, en los cuales se agruparon las prácticas de acuerdo a los temas de Matemáticas I y II. Cada una tiene un enfoque distinto, por lo que es importante que el docente revise y elija aquellas que se adecuen a su dinámica de trabajo y las características de los contenidos.

En caso de ser necesario, el docente tiene la libertad de adaptar los contenidos a las necesidades particulares de cada grupo, debido a la heterogeneidad de los modos de aprendizaje de los alumnos y las metodologías pedagógicas de los docentes.

Bloque 1



 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Introducción a GeoGebra



Objetivo: Explorar GeoGebra con el fin de realizar tareas básicas necesarias para el curso, ubicando y haciendo uso de elementos de la Vista Gráfica y la Vista Algebraica.

Investigar los siguientes temas:

- Elementos de un plano cartesiano.
- Ubicar un punto en el plano cartesiano.
- Grado de una ecuación.
- Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.



Conocimientos previos

Procedimiento

Reconociendo el espacio de trabajo

- 1) Abre GeoGebra Clásico.
- 2) Identifica el menú principal con las opciones: Archivo, Edita, Apariencias, Vista, Configuración, Herramientas, Ayuda & Comentarios y Abrir sesión.
- 3) Da clic en Vista. Observa que se despliega un menú con varias casillas y averigua qué pasa con cada una.

Vista Gráfica

- 4) Activa únicamente la casilla correspondiente a Vista Gráfica y busca el menú para configurarla.



- 5) Configura la Vista Gráfica, de manera que coincida con las siguientes características:
- ejes visibles,
 - razón eje X : eje Y = 1 : 2,
 - eje X con gradaciones de 5 en 5,
 - eje X con etiqueta Eje de las abscisas,
 - eje Y con gradaciones de 5 en 5,
 - eje Y con etiqueta Eje de las ordenadas y
 - cuadrículas mayores (de 5 en 5) y menores (de 1 en 1) visibles.
- 6) Identifica la opción Barra personal (un menú de iconos mediante los cuales se puede acceder rápidamente a ciertas herramientas de GeoGebra) y selecciona la herramienta Punto.
- 7) Con la herramienta Punto coloca en el plano cartesiano los puntos $(-1, 5)$, $(-2, -8)$, $(-3, 10)$, $(-4, 4)$ y $(-5, -2)$. Cambia el color de los puntos y selecciona la opción que permita visibilizar el nombre de cada punto.

Vista Algebraica

- 8) Activa la Vista Gráfica. Debe aparecer la clasificación Punto. Al desplegarla, podrán visualizarse todos los puntos colocados. Averigua cómo ocultarlos y hacerlos visibles desde Vista Gráfica.
- 9) Identifica la sección Entrada para introducir los puntos $F = (3, 5)$, $G = (4, -8)$, $H = (5, 10)$, $I = (6, 4)$ y $J = (7, -2)$.
- 10) Comenta de manera grupal de quién es esa silueta. Realiza un dibujo con la silueta en la sección de resultados y, después, borra los puntos trazados.

Ecuaciones

- 11) Modifica la Vista Gráfica, de manera que coincida con las siguientes características:
- razón eje X: eje Y = 1 : 1,
 - eje X con gradaciones de 1 en 1,
 - eje Y con gradaciones de 1 en 1 y
 - únicamente cuadrículas mayores visibles (de 1 en 1).



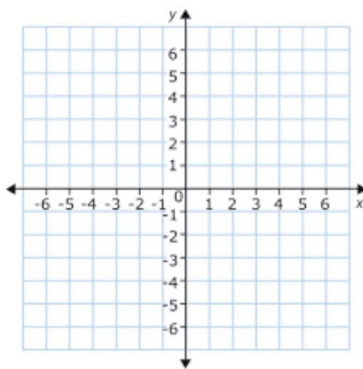
- 12) Desde Entrada, introduce la ecuación $2x - 8 = 10$. Comenta de manera grupal lo que se observa y registra la respuesta en la sección de resultados.
- 13) Resuelve la ecuación en la sección de resultados. Posteriormente, comparte la solución con el grupo y grafica el resultado. ¿Qué se observa en la gráfica?
- 14) Desde Entrada, introduce la ecuación $5x + 20 = -10$.
- 15) Resuelve la ecuación anterior en la sección de resultados. Comparte la solución con el grupo y grafica el resultado. Concluye de manera grupal ¿cómo se relaciona la gráfica con la solución de la ecuación? Registra la conclusión grupal en la sección de resultados.
- 16) Oculta las ecuaciones anteriores.
- 17) Introduce la ecuación $2y + 5x = 24$.
- 18) Comenta de manera grupal si es posible determinar la solución de la ecuación a partir de la gráfica. Registra el razonamiento en la sección de resultados.
- 19) Introduce la ecuación $y = \frac{3}{5}x - 3$.
- 20) Comenta de manera grupal si es posible representar un problema con las dos últimas ecuaciones y, si es así, ¿cuál sería la solución? Registra la respuesta en la sección de resultados.
- 21) Borra todas las ecuaciones.
- 22) Desde Entrada, introduce la ecuación $2x^2 + 7x - 15 = 0$.
- 23) Comenta de manera grupal si es posible deducir cuál o cuáles son las soluciones de la ecuación. Registra la respuesta en la sección de resultados.
- 24) Desde Entrada, introduce la ecuación $y = 2x^2 + 7x - 15$.
- 25) Comenta de manera grupal las diferencias y similitudes entre estas dos ecuaciones. Registra la respuesta en la sección de resultados.



Resultados

Análisis

- 1) Describe las formas en las que se puede introducir un punto en GeoGebra.
- 2) Describe la utilidad de la opción Vista Algebraica.
- 3) Predice cómo se verá la gráfica de la ecuación $3x - 15 = -45$. Realiza un esbozo en el plano cartesiano.





- 4) Para comprobar tu predicción, introduce la ecuación en GeoGebra. ¿Tu predicción fue correcta?
- 5) ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación de primer grado con una incógnita?
- 6) ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación de primer grado con dos variables?
- 7) ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación de segundo grado con una incógnita?

Conclusiones

Bloque 2



 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Ecuaciones lineales



Objetivo: Descubrir la relación entre la representación algebraica y la representación gráfica de sistemas de ecuaciones lineales determinados, indeterminados e incompatibles.

Investiga los siguientes temas:

- Concepto de ecuación lineal.
- Sistema determinado o consistente.
- Sistema indeterminado o dependiente.
- Sistema incompatible o inconsistente.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Abre GeoGebra Clásico.
- 2) Desde Entrada, introduce cada una de las siguientes ecuaciones (la agrupación deberá llamarse sistema 1):
Ecuación 1) $5x - 3y = 2$
Ecuación 2) $-10x + 6y = -4$
- 3) En una ventana nueva, introduce cada una de las siguientes ecuaciones (la agrupación deberá llamarse sistema 2):
Ecuación 1) $9x + 4y = -1$
Ecuación 2) $18x - 8y = 2$
- 4) Abre una tercera ventana e introduce cada una de las siguientes ecuaciones (la agrupación deberá llamarse sistema 3):
Ecuación 1) $3x + 2y = -1$
Ecuación 2) $-18x - 8y = 2$



- 5) Para cada sistema identifica el punto de intersección de las rectas y, con base en tu hallazgo, define si el sistema es determinado, indeterminado o incompatible. En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:
- 6) Observa con atención las ecuaciones del sistema cuyas rectas se intersectan. ¿Es posible llegar a la segunda ecuación a partir de la primera? Registra las observaciones en la sección de resultados.

Sistema	Ecuaciones	Punto de intersección	Clasificación del sistema
1	$5x - 3y = 2$ $-10x + 6y = -4$		
2	$9x + 4y = -1$ $18x - 8y = 2$		
3	$3x + 2y = -1$ $-18x - 8y = 2$		

- 7) Observa con atención las ecuaciones de los sistemas cuyas rectas no se intersectan. ¿Es posible llegar a la segunda ecuación a partir de la primera?, ¿cómo son sus rectas? Registra las observaciones en la sección de resultados.

Resultados



Análisis

Utiliza tus propias palabras para completar los siguientes enunciados:

- 1) Si un sistema es determinado, las ecuaciones del sistema se caracterizan porque _____. Además, en su representación gráfica _____.
- 2) Si un sistema es indeterminado, las ecuaciones del sistema se caracterizan porque _____. Además, en su representación gráfica _____.
- 3) Si un sistema es incompatible, las ecuaciones del sistema se caracterizan porque _____. Además, en su representación gráfica _____.
- 4) A partir de la estructura de un sistema 2×2 como el que se muestra, realiza lo que se pide en los puntos del 5 al 7.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

- 5) Inventa dos sistemas determinados y compruébalos en GeoGebra.
- 6) Inventa dos sistemas indeterminados y compruébalos en GeoGebra.
- 7) Inventa dos sistemas incompatibles y compruébalos en GeoGebra.

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Sistemas de ecuaciones y sus aplicaciones



Objetivo: Identificar y analizar el punto de equilibrio (coordenada solución de un sistema lineal) utilizando dos ecuaciones que representan la oferta y la demanda, así como el método analítico y gráfico (GeoGebra Clásico), para la toma de decisiones en las ciencias económicas.

Investiga los siguientes temas:

- Conocimientos básicos para graficar en GeoGebra Clásico.
- Métodos analíticos (igualación, sustitución, eliminación y Cramer) para la solución de sistemas lineales 2×2 .



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Ve a la siguiente sección para leer el planteamiento del problema.
- 2) Identifica las dos ecuaciones lineales que se encuentran en el planteamiento del problema.
- 3) Identifica la ecuación de oferta como ec1 y la ecuación de la demanda como ec2.
- 4) Selecciona un método analítico y encuentra la solución del sistema (solución analítica). Cuando estés en el paso 8 escribe de manera clara y ordenada el procedimiento en la sección de resultados.
- 5) Ingresa al software indicado las dos rectas del planteamiento como herramienta de esta práctica. Identifica con color azul la ecuación 1 y con verde la ecuación 2.



- 6) Identifica la intersección o coordenada de las dos rectas en la gráfica del software (solución gráfica).
- 7) Verifica que las respuestas del método analítico y gráfico sean iguales para avanzar al siguiente paso.
- 8) Contesta la sección de resultados. La gráfica debe incluir el plano cartesiano y cada eje marcado con el nombre de la variable y sus unidades. Debes incorporar en cada recta el número de ecuación y color correspondientes.
- 9) Contesta la sección de análisis con base en tus observaciones y soluciones.
- 10) Realiza una conclusión o reflexión final de acuerdo con lo que descubriste y entrega la práctica.

Planteamiento del problema

Luis y Sandra han decidido emprender un negocio que consiste en vender durante un año cajas de gises confeccionadas en el laboratorio de química. Ellos saben que, para no perder el dinero invertido en la elaboración, deben obtener ganancias permanentes en sus ventas, por lo que quieren vender siempre todo lo que produzcan al precio correcto, así como optimizar su tiempo y recursos económicos, pues no son muchos.

Un experto en el tema les dio los siguientes datos:

El comportamiento de la oferta (O) y demanda (D) de su producto en su comunidad, respectivamente, es el siguiente:

Ecuación de la Oferta	Ecuación de la Demanda
$y = \frac{10}{8}x + 65$	$y = 5x + 165$

Donde:

X = cantidad de cajas

Y = (\$) dinero, oferta y demanda (costo/precio del producto)



Luis y Sandra necesitan saber el punto de equilibrio (solución del sistema), el cual les dirá la **cantidad recomendada que deben tener y el precio** al que deben ofrecer sus cajas para sostener su negocio por lo menos un año.

Ayúdales a encontrar, utilizar y analizar esa información.

Glosario

Precio: cantidad de dinero que el cliente paga al adquirir un producto.

Oferta: lo que produce un negocio y pone a disposición de sus clientes.

Demanda: cantidad en que los clientes consumen o adquieren un determinado producto.

Punto de equilibrio: cantidad a producir y precio al que debe ofrecerse un producto recomendado, de manera que no existen ni pérdidas ni ganancias porque se consume lo que se produce. Por encima de este punto es posible obtener ganancias, por debajo de él pueden existir pérdidas para los negocios.

Resultados

Desarrollo y solución del método analítico que utilizaste: Nombre del método analítico:	Gráfica y solución indicada con el método gráfico – software.
--	---



Análisis

- 1) ¿Cuál fue la intersección de las rectas (solución del sistema) o el punto de equilibrio del negocio de Luis y Sandra?
eje X (cantidad de unidades/cajas): _____
eje Y (precio/costo del producto): _____
- 2) Después de leer el glosario, explica con tus palabras qué relación tiene la solución del sistema con el punto de equilibrio y en qué ayudará a Luis y Sandra.
- 3) Con base en las gráficas, ¿qué sucede en el comportamiento de la demanda si excede el precio del punto de equilibrio?
- 4) Con base en las gráficas, ¿qué sucede con la oferta si se aumenta el número de cajas recomendado por el punto de equilibrio?
- 5) Con base en las gráficas, ¿cuántas cajas es recomendable producir (oferta) y cuántas se requieren (demanda) si el precio se establece en \$75. 00?
- 6) Si deciden producir 20 cajas, ¿cuál es el costo del producto (oferta) y cuánto estarían dispuestos a pagar los clientes (demanda)?
- 7) Analiza en qué otras actividades o situaciones dentro de tu comunidad puede servir este concepto y por qué.

Conclusiones

 Nombre

 Herramientas GeoGebra

 Tema Sistema de ecuaciones 3×3



Objetivo: Obtener los determinantes de sistemas de ecuaciones lineales 3×3 a través de GeoGebra para comparar su valor con la representación gráfica.

Investiga los siguientes temas:

- Cómo construir la matriz de los coeficientes y de las incógnitas de un sistema 3×3 .
- Regla de Cramer.
- Clasificación de los tres sistemas de ecuaciones lineales: determinado, indeterminado y compatible.



Conocimientos previos

Procedimiento

Preparación

- 1) En la sección de resultados, anota la matriz de los coeficientes y de cada una de las incógnitas del sistema mostrado. No resuelvas el sistema.

$$\begin{cases} x + y + z = 11 \\ x - y + 3z = 13 \\ 2x - 2y - z = 7 \end{cases}$$

- 2) Abre GeoGebra y activa únicamente la opción Cálculo Simbólico (CAS).

Determinantes con GeoGebra

- 3) Construye la matriz de los coeficientes. Escribe $s = \{\{1, 1, 1\}, \{1, -1, 3\}, \{2, 2, -1\}\}$ en Entrada.



Deberá aparecer la matriz de los coeficientes con etiqueta s. Compara con lo que se realizó en el paso 1.

- 4) Construye la matriz de la incógnita x. Escribe $x = \{\{11, 1, 1\}, \{13, -1, 3\}, \{7, 2, -1\}\}$ en Entrada.

Deberá aparecer la matriz de los coeficientes con etiqueta a. Compara con lo que se realizó en el paso 1.

- 5) Construye la matriz de la incógnita y. Escribe $y = \{\{1, 11, 1\}, \{1, 13, 3\}, \{2, 7, -1\}\}$ en Entrada.

Deberá aparecer la matriz de los coeficientes con etiqueta b. Compara con lo que se realizó en el paso 1.

- 6) Construye la matriz de la incógnita z. Escribe $z = \{\{1, 1, 11\}, \{1, -1, 13\}, \{2, 2, 7\}\}$ en Entrada.

Deberá aparecer la matriz de los coeficientes con etiqueta b. Compara con lo que se realizó en el paso 1.

- 7) Obtén el determinante de la matriz de los coeficientes. Escribe Determinante(s) en Entrada.

Considera que GeoGebra es sensible a mayúsculas y minúsculas. Por este motivo, escribe las etiquetas tal como se indica.

Deberá aparecer el valor del determinante. Anótalo en la sección de resultados como Δs .

- 8) Obtén el determinante de las matrices de las incógnitas. En Entrada, escribe uno a uno:

Determinante (a)

Determinante (b)

Determinante (c)

Anota en la sección de resultados los determinantes como Δx , Δy y Δz , respectivamente.

- 9) Calcula y obtén la solución del sistema mediante la regla de Cramer. Desde GeoGebra o con cálculo mental efectúa:



$$\Delta x / \Delta s =$$

$$\Delta y / \Delta s =$$

$$\Delta z / \Delta s =$$

Anota en la sección de resultados la solución del sistema (x, y, z).

Representación gráfica

- 10) Desactiva la opción Cálculo Simbólico (CAS) y activa la Vista Algebraica y la Vista Gráfica 3D.
- 11) En Entrada, introduce una a una las ecuaciones del sistema. Deberán aparecer con etiquetas ec1, ec2, ec3.
- 12) Explora la Vista 3D. Comenta de manera grupal si se logra distinguir el lugar donde se intersectan los tres planos generados. Si es necesario, cambia el color de los planos para tener mayor claridad.
- 13) Desde la Vista Algebraica, introduce el punto que corresponde a la solución del sistema. Anota las observaciones en la sección de resultados.

Comparaciones

- 14) En una nueva ventana, con base en el mismo procedimiento utilizado en los pasos del 2 al 8, obtén las determinantes del sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 2z = 4 \\ 4x + y - z = 7 \\ x + 4y - 4z = -2 \end{cases}$$

- 15) Anota el valor de cada determinante en la sección de resultados.
- 16) Repite los pasos 10 y 11. Comenta de manera grupal si los planos se intersectan en un punto o en una recta.
- 17) En una nueva ventana, con el mismo procedimiento utilizado en los pasos del 2 al 8, obtén las determinantes del sistema:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 3 \\ 2x + 4y + 8z = 1 \\ -y + z = -2 \end{cases}$$



- 18) Anota el valor de cada determinante en la sección de resultados.
- 19) Repite los pasos 10 y 11. Comenta de manera grupal cómo es la intersección de los planos. Registra la respuesta en la sección de resultados.

Resultados

Análisis

- 1) ¿Cómo se representa de manera gráfica una ecuación lineal con tres incógnitas?
- 2) ¿Cómo se representa de manera gráfica un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas?
- 3) ¿Cuál es la característica principal de la representación gráfica de un sistema 3×3 donde todos los determinantes son distintos de cero?
- 4) ¿Cuál es la característica principal de la representación gráfica de un sistema 3×3 donde todos los determinantes son cero?
- 5) ¿Cuál es la característica principal de la representación gráfica de un sistema 3×3 donde únicamente el determinante de los coeficientes es cero?

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** Excel

 **Tema** Sistemas de ecuaciones



Objetivo: Identificar el tipo de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2 y resolverlo por el método de reducción programándolo en Excel.

Investiga los siguientes temas:

- Teoría general de solución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 usando el método de reducción.
- Conocimientos básicos de Excel (celda, arreglo, uso de funciones, etcétera).



Conocimientos previos

Procedimiento

Preparación

- 1) Recuerda lo que viste en clase y completa los siguientes enunciados:
 - a. Los sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 se pueden clasificar en _____ e _____.
 - b. Los sistemas de ecuaciones lineales son consistentes cuando _____.
 - c. Los sistemas de ecuaciones lineales _____ son aquellos que no tienen solución.
- 2) En Excel, asigna un grupo de celdas para representar el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$$

	A	B	C	D	E	F	G
1		x	+		y	=	
2		x	+		y	=	



- 3) Visualiza el sistema de la forma que aparece a continuación. Considera que los números rojos son aquellos que podrán modificarse.

	A	B	C	D	E	F	G
1	2	x	+	3	y	=	7
2	5	x	+	-2	y	=	8

- 4) Realiza los pasos correspondientes al método de reducción con ayuda del software Excel. Posteriormente, elimina la variable x. Para lograrlo debes multiplicar la primera ecuación por el coeficiente de x de la segunda ecuación y ésta por el coeficiente de signo contrario de la primera. Este procedimiento debe resultar así:

	A	B	C	D	E	F	G
4	Multiplicar la primera ecuación por				=A2		
5	Multiplicar la segunda ecuación por				=-A1		
6							
7	=A1*A2	x	+	=D1*A2	y	=	=G1*A2
8	=A2*(-A1)	x	+	=D2*(-A1)	y	=	=G2*(-A1)

Las celdas deberán visualizarse así:

Multiplicar la primera ecuación por				5		
Multiplicar la segunda ecuación por				-2		
10	x	+	15	y	=	35
-10	x	+	4	y	=	-16

- 5) Al sumar estas ecuaciones, debido a que los coeficientes de x son inversos aditivos uno del otro, obtendrás una ecuación para despejar y.

	A	B	C	D	E	F	G
10	Ahora se suman estas ecuaciones						
11							
12	=A12	x	+	=D12	y	=	=G1*A2
13	=A13	x	+	=D13	y	=	=G2*(-A1)
14	=A12+A13	x	+	=D12+D13	y	=	=G12+G13

Las celdas deberán visualizarse así:

Ahora se suman estas ecuaciones						
10	x	+	15	y	=	35
-10	x	+	4	y	=	-16
0	x	+	19	y	=	19



- 6) Identifica a qué caso pertenecen las soluciones del sistema lineal (si éste no tiene solución, si tiene una infinidad de soluciones o una única solución). Debes usar condicionales. Si no recuerdas cómo usar esas fórmulas, es recomendable utilizar la ayuda de Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H
16	Determinar en qué caso caen las soluciones del sistema lineal							
17								
18	No tiene solución				=Y(D18=0,E18<>0,"sin solución")			
19	Tiene una infinidad de soluciones				=Y(D18=0,E18=0,"infinidad de soluciones")			
20	Una sólo solución				=SI(D18<>0,"una única")			

El caso del sistema que estás resolviendo debe visualizarse así:

Determinar en qué caso caen las soluciones del sistema lineal							
No tiene solución					FALSO		
Tiene una infinidad de soluciones					FALSO		
Una sólo solución					VERDADERO		

- 7) Encuentra la solución del sistema. Despeja el valor de y.

	A	B	C	D	E	F	G
22							
23	Despejamos el valor de y						
24							
25				= D14	y	=	= G14
26					y	=	=G18/D18

Debe visualizarse en la pantalla de la siguiente manera:

Despejamos el valor de y							
				19	y	=	19
					y	=	1

- 8) Repite el procedimiento para encontrar el valor de x. Deberá proyectarse en la pantalla el resultado que aparece a continuación:



- 11) Prueba tu programa con los sistemas que aparecen en la parte inferior. Además, completa la siguiente tabla con los datos obtenidos y elige el sistema de alguno de tus compañeros para comprobar que funciona. Captura en pantalla estos resultados y colócalos en el reporte que entregarás a tu profesor.

Sistema	$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 10x - 4y = 5 \end{cases}$
Tiene una solución, infinidad de soluciones o ninguna solución			
Clasificación del sistema (consistente e inconsistente)			
Solución del sistema, en caso de tener			

Resultados



Análisis

- 1) ¿Observas algo cuando el sistema tiene infinitud de soluciones? Comenta de manera grupal esta situación.
- 2) ¿Observas algo cuando el sistema tiene una única solución? Comenta de manera grupal esta situación.
- 3) ¿Observas algo cuando el sistema no tiene una única solución? Comenta de manera grupal esta situación.
- 4) Utilicen el programa para comprobar sus hipótesis sobre las preguntas anteriores. Para cada caso utilicen un sistema inventado por ustedes. Escriban el sistema y lo que ocurre con su programa.

Conclusiones

Bloque 3





Nombre



Herramientas GeoGebra



Tema Radicales



Objetivo: Aplicar y analizar el uso de las propiedades de radicales mediante juegos lúdicos.

Investiga los siguientes temas:

- Leyes de los radicales.
- Suma, resta y multiplicación de radicales.



Conocimientos previos

Procedimiento

Enlosado de radicales

- 1) Sigue las instrucciones para completar el juego.
- 2) Parte de la casilla Inicio y termina en la casilla Salida. Considera que este movimiento $\uparrow$ sumará, mientras que estos otros $\leftarrow$, $\rightarrow$ restarán y $\nwarrow$, $\nearrow$ multiplicarán. Marca el enlosado (camino) correspondiente sobre la tabla y alcanza el número indicado.
- 3) Si pruebas más de una operación, no borres las anteriores. No olvides utilizar las leyes de los radicales correctamente.

Ejemplo:

Diagram illustrating the output of the algorithm for the input sequence $\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{2}$. The output sequence is $\sqrt{6}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{3}$. The diagram shows the sequence of operations and the resulting values, with arrows indicating the flow of data and the final output sequence.



De tal forma que la operación encontrada es $(\sqrt[3]{3})(2\sqrt{2}) = 2\sqrt[3]{6}$, luego $2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{6} = 3\sqrt[3]{6}$ y, por último, $(3\sqrt[3]{6})(\sqrt[3]{6}) = 3(6) = 18$.

Explora todos los caminos posibles hasta que llegues a la respuesta.

Ejercicio 1:

$$5 + \sqrt{5}$$

Salida

↑

$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	5
$\sqrt{2}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{6}$
$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$
$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$

↑

INICIO

Ejercicio 2:

$$\frac{\sqrt{35}}{7}$$

Salida

↑

$\sqrt{7}$	$\frac{1}{\sqrt{7}}$	7
$\sqrt{14}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{7}$
$\sqrt{21}$	$\frac{1}{\sqrt{7}}$	$2\sqrt{21}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{21}$

↑

INICIO

Ejercicio 3:

$\sqrt{18}$	$\sqrt{180}$	$\sqrt{80}$
$4\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$	$3\sqrt{5}$
$\sqrt{80}$	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{9}$

↑

INICIO

$\rightarrow 7\sqrt{5}$ **Salida**



Ejercicio 4:

			4
			Salida
			↑
$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	
$\sqrt{4}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	
$\sqrt{2}$	$\frac{1}{\sqrt{7}}$	$2\sqrt{2}$	
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	
			↑
			INICIO

Resultados



Análisis

- 1) ¿Es posible expresar un radical en forma de potencia?
- 2) ¿Qué es un radical equivalente?
- 3) ¿Cuándo es posible simplificar un radical?
- 4) ¿Cuándo es posible realizar la suma o resta de dos radicales?
- 5) ¿Cuándo es posible realizar la multiplicación de dos radicales?
- 6) ¿Cómo se realiza la división de dos radicales del mismo índice?
- 7) ¿Cuál sería el radical equivalente de la expresión $(\sqrt[n]{a})^m$?
- 8) ¿En qué consiste la racionalización?

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Números complejos



Objetivo: Analizar el concepto de números complejos y su representación en el plano complejo para realizar operaciones y observar su forma algebraica y gráfica.

Investiga los siguientes temas:

- Ecuaciones de primer grado.
- Elementos del plano cartesiano.
- Propiedades de los números reales.
- Propiedades de los números complejos.
- elementos de GeoGebra.



Conocimientos previos

Trabajaremos en el plano complejo, el cual es idéntico al plano cartesiano, con la diferencia de que al eje Y se le llama eje imaginario y al eje X se le llama eje real.

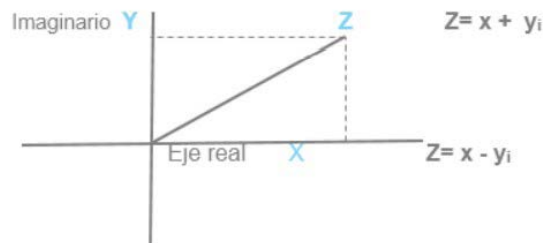


Figura 1. Plano complejo

Procedimiento

- 1) Abre GeoGebra Clásico.
- 2) Activa el modo Vista Gráfica y Vista Algebraica.



3) En Entrada, digita los siguientes números complejos:

1. $(-5 + 1.33i)$
2. $(0.5 - 1i)$
3. $(3 + 4i)$
4. $(3 - 2i)$

- a. Analiza los números capturados gráficamente.
- b. Observa que sólo aparecen puntos.
- c. Responde ¿qué observas en la representación gráfica y analítica de un número complejo? Anota tus observaciones en la sección de resultados.

4) Abre una nueva ventana.

5) Digita en Entrada y analiza una por una las siguientes operaciones complejas en GeoGebra. Utiliza una ventana nueva para cada operación. Digita por separado cada número complejo implicado en las siguientes operaciones:

1. $(3 + 2i) + (4 - 5i)$
2. $(-5 + 1.33i) + 4$
3. $(3 + 4i) / (1 - 2i)$
4. $(5 - 3i) / (0 + 1i)$
5. $(3 + 2i) - (4 - 5i)$
6. $(0.5 + 1i) + 4$
7. $(3 + 4i) * (1 - 2i)$
8. $(3 + 2i) / 3$

Utiliza la herramienta Vector para trazar uno desde el origen hacia cada uno de los puntos capturados.

6) Escribe los resultados de las operaciones en la sección correspondiente.



Resultados

Análisis

- 1) Deduce y describe lo que ocurre al cambiar las operaciones (de suma) con su inversa (de resta) para los mismos números.
- 2) Deduce y describe lo que ocurre al cambiar las operaciones (de multiplicación) con su inversa (de división) para los mismos números.
- 3) Define dónde se pueden visualizar las operaciones con números complejos.
- 4) Imagina otras situaciones donde pueda aplicarse lo que desarrollaste.
- 5) ¿Comprendiste el modo algebraico y gráfico de números complejos mediante la ayuda de GeoGebra?
- 6) ¿Cuál es la importancia de conocer los números complejos en su forma geométrica y algebraica?
- 7) ¿Cuántas formas existen en GeoGebra para representar números complejos?

Conclusiones

Bloque 4



 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Ecuaciones cuadráticas



Objetivo: Interpretar de manera gráfica la solución de una ecuación de segundo grado.

Investiga los siguientes temas:

- Concepto de ecuación cuadrática.
- Solución de una ecuación en segundo grado.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Abre GeoGebra Clásico.
- 2) Activa la Vista Algebraica, el Cálculo Simbólico (CAS) y la Vista Gráfica.
- 3) Ve a la siguiente sección para leer el planteamiento del problema.
- 4) En la sección de resultados, plantea la ecuación que resuelve el problema.
- 5) En Entrada de Cálculo Simbólico (CAS), escribe Resolución, luego, selecciona Resolución (<Ecuación>). Posteriormente, sustituye <Ecuación> por la ecuación planteada en el paso anterior.
- 6) Con base en la solución de la ecuación, ¿cuáles son las dimensiones (largo y ancho) que debe tener el terreno? Responde y argumenta tu respuesta en la sección de resultados.
- 7) En Entrada de Vista Algebraica, escribe la ecuación planteada en el paso 4. Realiza un esbozo de la gráfica en la sección de resultados. Responde ¿cuáles son las intersecciones de la gráfica con el eje X?



- 8) Escribe en la sección de resultados una conjetura que relacione la solución algebraica de una ecuación cuadrática con su representación gráfica.
- 9) Con base en la conjetura planteada, realiza un esbozo de la gráfica de la ecuación $x^2 + 2x = 0$ en la sección de resultados. Indica con claridad las intersecciones con el eje X.
- 10) Verifica lo que sucede al graficar la ecuación en GeoGebra y determina si el esbozo es correcto. Escribe en la sección de resultados tus observaciones.
- 11) Sin hacer la gráfica, indica en la sección de resultados cuáles son las intersecciones con el eje X de las siguientes ecuaciones:
Ecuación 1) $x^2 + 2x + 15 = 0$
Ecuación 2) $x^2 + 16 = 0$
- 12) Verifica en GeoGebra lo que sucede con las gráficas de las ecuaciones. Escribe en la sección de resultados las observaciones para cada ecuación.

Planteamiento del problema

Un campesino solicita a un alumno de bachillerato calcular la solución más viable para cercar un terreno rectangular que tiene un área de 120 m^2 , cuya longitud mide 7 m más que su anchura. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del terreno?

Resultados



Análisis

- 1) ¿Cómo se relaciona la solución algebraica de una ecuación cuadrática con su representación gráfica?
- 2) ¿En qué casos no se cumple la relación?
- 3) Con base en el problema del paso 3, si el campesino pregunta al alumno la cantidad de malla que debe comprar para cercar el terreno, ¿cuál sería la respuesta?
- 4) Realiza un esbozo del terreno con sus dimensiones.

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Sistemas de ecuaciones mixtos



Objetivo: Analizar los sistemas de ecuaciones donde se involucren una ecuación lineal y una de segundo grado para identificar tipos de sistemas, así como determinar el número máximo de soluciones y conocer las diferentes gráficas que pueden obtenerse.

Investiga los siguientes temas:

- Ecuación lineal.
- Ecuación cuadrática.
- Sistema de ecuaciones mixto.
- Sistema de ecuaciones cuadrático.
- Sistema determinado o consistente.
- Sistema indeterminado o dependiente.
- Sistema incompatible o inconsistente.
- Resolución de sistemas de ecuaciones por el método gráfico.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Abre Geogebra Clásico. Activa la Vista Algebraica y la Vista Gráfica.
- 2) Desde Entrada, introduce en una ventana diferente cada uno de los siguientes sistemas:

Sistema	Ecuaciones
1	$y^2 = 4x$ $y = x + 3$
2	$x^2 + 4y^2 = 4$ $2x - y = 5$
3	$y^2 = 4x - 4$ $3x + y = 7/3$



- 3) Desde la barra personal de herramientas, busca y selecciona la herramienta Intersección. Posteriormente, da clic sobre cada una de las dos gráficas en cada sistema. En Vista Algebraica, deberán aparecer los puntos de intersección (si los hay). Clasifica cada uno de los sistemas como cuadrático o mixto y como determinado, indeterminado o incompatible. Copia y completa la siguiente tabla en la sección de resultados:

Sistema	Ecuaciones	Punto(s) de intersección	Clasificación del sistema
1	$y^2 = 4x$ $y = x + 3$		
2	$x^2 + 4y^2 = 4$ $2x - y = 5$		
3	$y^2 = 4x - 4$ $-2x - y = 0$		

- 4) Selecciona alguno de los sistemas y copia a mano alzada su gráfica en la sección de resultados.
- 5) Desde Entrada introduce los sistemas 4, 5 y 6, cada uno en una ventana diferente. Posteriormente, obtén los puntos de intersección como se hizo en el paso 3. Clasifica cada uno de los sistemas como cuadrático o mixto y como determinado, indeterminado o incompatible. Copia y completa en la sección de resultados la siguiente tabla:

Sistema	Ecuaciones	Punto(s) de intersección	Clasificación del sistema
1	$y = 5x^2 - 4$ $3x^2 + y^2 = 4$		
2	$y + 2 = x^2$ $3x^2 + y^2 = 8$		
3	$x^2 = y - 2$ $3x^2 + 3y^2 = 12$		

- 6) Selecciona alguno de los sistemas del paso 5 y copia a mano alzada su gráfica en la sección de resultados.



Resultados

Análisis

- 1) En un sistema mixto, ¿siempre será posible encontrar la solución?
- 2) En un sistema cuadrático, ¿siempre será posible encontrar la solución?
- 3) ¿Cuál es el número máximo de intersecciones que puede tener un sistema mixto compuesto por una ecuación lineal y una ecuación cuadrática? Comprueba tu respuesta con un dibujo a mano alzada.
- 4) ¿Cuál es el número máximo de soluciones que puede tener un sistema mixto compuesto por una ecuación lineal y una ecuación cuadrática?
- 5) ¿Cuál es el número máximo de intersecciones que puede tener un sistema cuadrático? Comprueba tu respuesta con un dibujo a mano alzada.
- 6) ¿Cuál es el número máximo de soluciones que puede tener un sistema cuadrático?

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Sistemas de ecuaciones mixtos



Objetivo: Resolver una ecuación de segundo grado a través de la correcta aplicación de la fórmula general. Identificar el valor de la discriminante en una ecuación de segundo grado y, a partir de éste, determinar el número y naturaleza de las raíces de ésta. Constituir la factorización de la ecuación cuando sea posible en el caso de raíces racionales.

Investiga los siguientes temas:

- La fórmula general para la resolución de ecuaciones de segundo grado.
- Variantes de la ecuación de segundo grado.
- Qué es el discriminante y su relación con las soluciones de la ecuación.
- Conocimientos sobre la hoja de cálculo Excel vistos en primer semestre en la materia de Informática I.



Conocimientos previos

Procedimiento

1) Toma como base la siguiente ecuación de segundo grado o cuadrática:

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

Ten presente la fórmula general:

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

De acuerdo con la fórmula general, identifica los coeficientes presentes en la ecuación propuesta.



$$\begin{aligned}A &= 1 \\B &= 4 \\C &= -5\end{aligned}$$

- 2) Crea una hoja de cálculo con las columnas propuestas en la siguiente tabla:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Valor de coeficiente A	Valor de coeficiente B	Valor de coeficiente C	Discriminante $B^2 - 4AC$	Valor de " $-B$ "	$\sqrt{B^2 - 4AC}$	Raíz o solución 1	Raíz o solución 2
2	1	4	-5					

Introduce en esta hoja los datos numéricos correspondientes a los coeficientes A, B y C de la fórmula general. Toma en cuenta que toda fórmula de Excel inicia con el signo =. Para elevar al cuadrado un valor en Excel debes utilizar el carácter ^, mientras que para calcular la raíz cuadrada debes utilizar ^1/2 o la función Raíz. Puedes utilizar paréntesis para cuidar la jerarquía de las operaciones. Comienza con la ecuación propuesta al inicio de esta práctica.

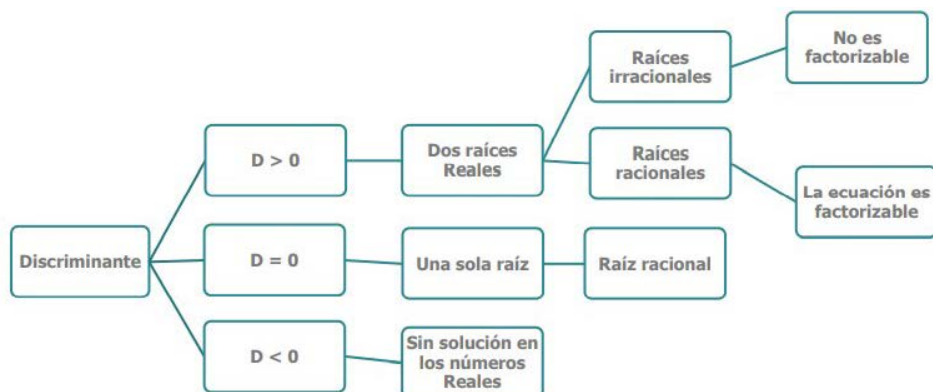
- 3) Anota en la siguiente tabla los coeficientes de las ecuaciones propuestas en cada fila y verifica tus resultados. Para copiar las fórmulas en los renglones subsecuentes puedes arrastrarlas o utilizar la función Copiar y Pegar.

	Ecuación
1	$3x^2 - 14x - 5 = 0$
2	$2x^2 - 1 = 0$
3	$5x^2 + x = 0$
4	$x^2 + 4x + 4 = 0$
5	$9x^2 + 12x + 4 = 0$
6	$2x^2 - 5 = 0$
7	$4x^2 + 7x + 11 = 0$



Resultados

Escribe en los espacios correspondientes si el discriminante es mayor, menor o igual a cero. Analiza el tipo de soluciones que se obtienen y si la ecuación es o no factorizable. Puedes apoyarte en el siguiente cuadro sinóptico:



	Ecuación			
1	$3x^2 - 14x - 5 = 0$			
2	$2x^2 - 1 = 0$			
3	$5x^2 + x = 0$			
4	$x^2 + 4x + 4 = 0$			
5	$9x^2 + 12x + 4 = 0$			
6	$2x^2 - 5 = 0$			
7	$4x^2 + 7x + 11 = 0$			

Análisis

- 1) Analiza junto con tu profesor aquellas ecuaciones que son factorizables y escribe en el espacio asignado de la siguiente tabla su factorización.

Ecuación	Factorización



Ejemplo:

Ecuación: $3x^2 - 26x + 16 = 0$

Raíces:

Raíz	Igualando a 0	Factor
$x_1 = 8$	$x - 8 = 0$	$(x - 8)$
$x_2 = \frac{2}{3}$	$3x - 2 = 0$	$(3x - 2)$

La ecuación factorizada es $(x - 8)(3x - 2) = 0$

- 2) ¿Cuál es el procedimiento para encontrar las raíces de una ecuación cuadrática a partir de su factorización?
- 3) ¿Qué técnicas de factorización conoces para resolver una ecuación de segundo grado?
- 4) ¿Podrías generar una fórmula lógica con la función Si Condicional en Excel de manera que te permita hacer una clasificación de las ecuaciones a partir del valor de su discriminante? (Resuélvelo como tarea)

Recuerda que el formato del Si Condicional en Excel es =Si (prueba lógica, {valor_si_verdadero}, {valor_si_falso})

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Sistema de ecuaciones mixto



Objetivo: Reconocer, a partir de su representación gráfica, las soluciones de un sistema de ecuaciones mixto mediante el uso de GeoGebra.

Investiga los siguientes temas:

- Graficar ecuaciones de primer y segundo grado.
- Soluciones de sistemas de ecuaciones mixtos.
- Uso básico del programa GeoGebra.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Ve a la siguiente sección para leer el planteamiento del problema y responde ¿cuál es el punto (o los puntos) de encuentro entre el balón y el águila?
- 2) Determina el sistema de ecuaciones a resolver.
- 3) Realiza a mano alzada un dibujo sobre el problema, en él debe visualizarse el planteamiento.
- 4) Resuelve el sistema de ecuaciones planteado mediante uno de los métodos vistos en clase.
- 5) Grafica cada una de las ecuaciones del sistema con el apoyo de GeoGebra.
- 6) Ubica las intersecciones de las gráficas.
- 7) Compara las soluciones obtenidas en el paso 4 y las coordenadas de intersección.



Planteamiento del problema

Un balón es lanzado hacia arriba y simultáneamente un águila levanta el vuelo. La trayectoria del balón se describe mediante la ecuación $y + 2x^2 - 10x = 0$, mientras que la del vuelo del águila, con la ecuación $y - 2x + 6 = 0$.

Resultados

Análisis

- 1) En el contexto del problema, ¿qué representa la coordenada en X y la coordenada en Y?
- 2) ¿Qué diferencias hay entre un sistema de ecuaciones mixto y uno de ecuaciones lineales?
- 3) ¿Qué representan las intersecciones de las gráficas en un sistema de ecuaciones mixto?
- 4) ¿Qué pasaría si las gráficas no se intersectan?
- 5) ¿En qué otra circunstancia podrías aplicar estos conceptos?

Conclusiones

Bloque 5



 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Ecuaciones de grado superior



Objetivo: Realizar, analizar e interpretar las gráficas de ecuaciones de grado superior.

Investiga los siguientes temas:

- Ecuación de grado superior.
- Intervalos abiertos y cerrados.
- Definición de desigualdad e inecuación.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Abre GeoGebra Clásico. Activa la Vista Gráfica y la Vista Algebraica.
- 2) Grafica $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ en el intervalo $[-3, 3]$. Para graficarlo debes escribir en Entrada la palabra Función. Posteriormente, deberás seleccionar el comando Función (<Función>, <Valor inicial>, <Valor final>) y sustituir <Función> por $x^3 - x^2 - 4x + 4$, <Valor inicial> por -3 y <Valor final> por 3 :

Función ($x^3 - x^2 - 4x + 4$, -3 , 3).

- 3) Busca y selecciona la herramienta Intersección en la barra personal. Da clic en la gráfica. Sobre el eje X deberán mostrarse las intersecciones en Vista Algebraica (si las hay). Registra las intersecciones en la sección de resultados.
- 4) Observa y analiza la gráfica. En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:

Inecuación o ecuación	Intervalos(s) de solución
$x^3 - x^2 - 4x + 4 > 0$	
$x^3 - x^2 - 4x + 4 < 0$	
$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$	



- 5) Grafica $f(x) = x^3 - 8x^2 + 10x + 12$ en el intervalo $[-1, 7]$. Utiliza el mismo comando que en el paso 2.
- 6) Obtén las intersecciones con el eje X y anótalas en la sección de resultados.
- 7) Observa y analiza la gráfica. En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:

Inecuación o ecuación	Intervalos(s) de solución
$x^3 - 8x^2 + 10x + 12 > 0$	
$x^3 - 8x^2 + 10x + 12 < 0$	
$x^3 - 8x^2 + 10x + 12 = 0$	

- 8) En una ventana nueva, grafica $f(x) = 40x + 2x^2 - 7x^3 + x^4$ en el intervalo $[-5, 5]$. Utiliza el mismo comando que en el paso 2.
- 9) Obtén las intersecciones con el eje X y anótalas en la sección de resultados.
- 10) Observa y analiza la gráfica. En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:

Inecuación o ecuación	Intervalos(s) de solución
$40x + 2x^2 - 7x^3 + x^4 > 0$	
$40x + 2x^2 - 7x^3 + x^4 < 0$	
$40x + 2x^2 - 7x^3 + x^4 = 0$	

Resultados



Análisis

- 1) Gráficamente, ¿cómo se identifica la solución de $x^3 - x^2 - 4x + 4 > 0$?
- 2) Gráficamente, ¿cómo se identifica la solución de $x^3 - 8x^2 + 10x + 12 < 0$?
- 3) Gráficamente, ¿cómo se identifica la solución de $40x + 2x^2 - 7x^3 + x^4 = 0$?
- 4) ¿Cuántas intersecciones como máximo tiene una ecuación de segundo grado con el eje X? ¿En cuántos intervalos dividen estas intersecciones al eje X?
- 5) ¿Cuántas intersecciones como máximo tiene una ecuación de tercer grado con el eje X? ¿En cuántos intervalos dividen estas intersecciones al eje X?

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Ecuaciones de grado superior



Objetivo: Identificar las soluciones (intersecciones en el eje X) de las ecuaciones de grado superior con ayuda de GeoGebra para generar un aprendizaje significativo.

Investiga los siguientes temas:

- Graficar ecuaciones de grado superior.
- Soluciones de ecuaciones de grado superior.
- Graficar ecuaciones de grado superior en GeoGebra.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Grafica y analiza el comportamiento de las siguientes ecuaciones en el software de GeoGebra. En caso de que el programa no modifique el color de las gráficas (pues las últimas versiones no lo modifican), asigna un color diferente a cada una. Considera que en GeoGebra sólo debe colocarse la ecuación sin igualar a cero, de lo contrario no se graficará correctamente.

1. $x^3 + 6x^2 + 8x + 7 = 0$

2. $40x + 2x^2 - 7x^3 + 4x^4 = 0$

3. $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

4. $x^3 - 8x^2 - 10x + 12 = 0$

- 2) Realiza las gráficas por separado para lograr una mejor comprensión.
- 3) En las cuatro gráficas correspondientes, mediante el uso del cursor, determina las intersecciones con el eje horizontal X. Coloca los valores en la siguiente tabla:



Gráfica 1	X1 =	X2 =	X3 =
Gráfica 2	X1 =	X2 =	X3 =
Gráfica 3	X1 =	X2 =	X3 =
Gráfica 4	X1 =	X2 =	X3 =

Si existe un valor adicional para alguna de las gráficas, solucióvalo. Puedes utilizar el comando Point  para colocar los puntos y visualizar el valor de x.

- 4) También puedes ejecutar el comando Raíces que se encuentra en Point . Ejecútalo y, con el fin de conocer las soluciones posibles de la ecuación, determina para cada gráfica los valores de sus raíces.
- 5) Coloca 4 diferentes deslizadores (comando Slider)  con el software de GeoGebra para ver el comportamiento de las gráficas. Al usarlos, se solicitará primero un nombre (puedes colocar "a, b, c y d" o el nombre que desees). El deslizador debe ser de tipo numérico. Se requerirá un intervalo, por lo cual sugerimos que coloques valores de -10 como mínimo y de 10 como máximo, así como un incremento de .25.
- 6) Ya colocados los deslizadores, modifica cada una de las ecuaciones propuestas. Éstas estarán multiplicadas por cada uno de los deslizadores (ejemplo para la primera ecuación: $a \cdot x^3 + b \cdot 6x^2 + c \cdot 8x + d \cdot 7$). Cuando introduzcas la nueva ecuación, aparecerá una nueva gráfica con los deslizadores integrados.
- 7) Para que se visualice una sola gráfica, haz clic con el botón derecho sobre la primera ecuación que se introdujo y selecciona la opción Objeto Visible. Sólo permanecerá la gráfica con las modificaciones (la que se introdujo multiplicando a los deslizadores).
- 8) Verifica el comportamiento de todas tus gráficas. Esta acción será posible después de ejecutar el paso anterior, ya que podrás mover uno a uno los deslizadores.
- 9) Compara los resultados de las raíces de cada una de las gráficas con alguno de tus compañeros. Verifiquen el comportamiento de éstas con los deslizadores.



- 10) Edita las gráficas en GeoGebra y cópialas en el documento de la práctica en la sección de resultados.
- 11) Analiza tus conclusiones.
- 12) Guarda tu trabajo con la extensión de GeoGebra, tus iniciales, el nombre de la práctica y el grupo (ejemplo: MCMB_Práctica8_G1.ggb) y envíala a tu profesor o al campus virtual.

Resultados

Análisis

- 1) Describe cómo se comportan las gráficas cuando se utilizan los deslizadores. ¿Qué sucede cuando utilizas el deslizador **a** y cuando utilizas el deslizador **d**?
- 2) ¿Cuántas soluciones identificaste en cada una de las ecuaciones?
- 3) ¿Qué relación encuentras entre las soluciones imaginarias en el plano y las que identificaste con base en las intersecciones en el eje X?
- 4) Analiza las gráficas obtenidas y verifica las intersecciones en el eje horizontal. ¿Fueron iguales o diferentes en todos los casos?
- 5) Al comparar tus resultados con los de tu compañero, ¿qué diferencias encontraste?
- 6) ¿Qué sucede con las ecuaciones que tienen soluciones imaginarias?



Conclusiones

Bloque 6



 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Inecuaciones de primer grado



Objetivo: Realizar, analizar e interpretar las gráficas de inecuaciones de primer grado.

Investiga los siguientes temas:

- Ecuaciones lineales y sus gráficas.
- Intervalos abiertos y cerrados.
- Definición de desigualdad e iniciación.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Abre GeoGebra Clásico. Activa la Vista Gráfica y la Vista Algebraica.
- 2) Desde Entrada, introduce en una ventana diferente cada una de las siguientes ecuaciones:

Inecuación 1	$x + 2y > 3$
Inecuación 2	$2x - y \leq 0$
Inecuación 3	$x + 3y \leq 3$

- 3) En la sección de resultados, completa y copia la siguiente tabla:

Inecuación	Cinco puntos que satisfacen la inecuación	Cinco puntos que no satisfacen la inecuación
$x + 2y > 3$		
$2x - y \leq 0$		
$x + 3y \leq 3$		



- 4) Selecciona alguna de las inecuaciones anteriores y copia a mano alzada la gráfica correspondiente en la sección de resultados.
- 5) Desde Entrada, introduce en una ventana diferente cada uno de los siguientes sistemas de inecuaciones:

Sistema 1	$2x - y \leq 0$ $x - 5y = 0$
Sistema 2	$3x - 5y \leq 0$ $6x - 10y \leq 7$
Sistema 3	$x > 2y$ $2x - 4y + 7 < 0$

- 6) En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:

Sistema	Cinco puntos que satisfacen el sistema	Cinco puntos que no satisfacen el sistema
1		
2		
3		

Resultados



Análisis

- 1) ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación lineal y una inecuación lineal?
- 2) Gráficamente, ¿cómo se observa el conjunto solución de un sistema de inecuaciones lineales?

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Desigualdades Aplicadas



Objetivo: Aplicar el concepto **desigualdades** en una situación cotidiana con el apoyo de Geogebra para generar un aprendizaje significativo.

Investiga los siguientes temas:

- Resolver desigualdades.
- Soluciones de sistemas de desigualdades.
- Graficar desigualdades en Geogebra.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Ve a la siguiente sección para leer el planteamiento del problema.
- 2) Identifica los datos a los que asignarás las variables.
- 3) Escribe las variables a utilizar (ejemplo: x = número de mujeres).
- 4) Identifica el problema y plantea algunas desigualdades que ayuden a resolverlo.
- 5) Establece las restricciones en forma de desigualdades:
Máximo de 10 personas.
Deben ir por lo menos 4 hombres y 3 mujeres.
- 6) Obtén las desigualdades involucradas en el problema.
- 7) Para obtener la gráfica introduce en GeoGebra cada una de las desigualdades.
- 8) Analiza cada gráfica y observa la solución de la desigualdad (dominio y rango).



- 9) Identifica el polígono formado por la intersección de cada una de las soluciones a las desigualdades.
- 10) Una vez identificada la figura polígona de solución, señala gráficamente cada uno de los vértices (esquinas).
- 11) Asigna a cada vértice una coordenada rectangular, es decir x , y .
- 12) Elabora una tabla para evaluar cada una de las desigualdades y cada coordenada en la función objetivo.

Coordenada	x	y	$x \geq 3$	$y \geq 4$	$x + y \leq 10$	Ganancia = $100x + 150y$

- 13) De acuerdo con el resultado de evaluación de cada coordenada, identifica cuál de ellos responde a la función objetivo.

Planteamiento del problema

Un agente que está organizando un viaje turístico al municipio de Amealco puede llevar un máximo de 10 personas. Él ha decidido que deben ir por lo menos 4 hombres y 3 mujeres. Su ganancia será de \$100.00 por cada mujer y de \$150.00 por cada hombre. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres le producirán la mayor ganancia?

Análisis

- 1) Describe la principal diferencia entre la gráfica de una ecuación y la de una desigualdad.
- 2) ¿Cómo interpretas la zona donde se sobreponen las gráficas de las desigualdades?
- 3) ¿Cualquier problema de desigualdades tendrá solución?



- 4) Reflexiona sobre la información obtenida y su impacto en la toma de una decisión.
- 5) ¿Puedes identificar otros ejemplos donde se apliquen las desigualdades?

Conclusiones

Bloque 7



 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Funciones cuadráticas



Objetivo: Estudiar el comportamiento de las funciones cuadráticas de la forma $y = ax^2 + bx + c$ al modificar los parámetros a , b o c .

Investiga los siguientes temas:

- Ecuación cuadrática.
- Función.
- Función cuadrática.
- Gráfica de una función cuadrática.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Abre GeoGebra Clásico. Activa la Vista Gráfica y la Vista Algebraica.
- 2) En la misma página, introduce las siguientes funciones:

Función 1	$y = x^2 - 3x$
Función 2	$y = x^2 - x + 2$
Función 3	$y = x^2 - 5x - 36$
Función 4	$y = x^2 - 6x + 9$
Función 5	$y = x^2 - 16$



3) En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:

Función	Valor de a	Valor de b	Valor de c	Intersecciones (valor de la abscisa)	
				x_1	x_2
$y = x^2 - 3x$					
$y = x^2 - x + 2$					
$y = x^2 - 5x - 36$					
$y = x^2 - 6x + 9$					
$y = x^2 - 16$					

- 4) Observa con atención los datos de la tabla. Escribe en la sección de resultados una conjetura para obtener las intersecciones a partir de los parámetros a, b y c.
- 5) A partir de tu conjetura, indica cuáles son las intersecciones con el eje X para las siguientes ecuaciones y comenta los resultados en la sección correspondiente.

$$y = x^2 + x$$
$$y = x^2 + 4x - 5$$
$$y = x^2 - 9$$

- 6) Introduce en una segunda ventana las funciones que se presentan a continuación. Todas ellas deben colocarse en la misma ventana.

Función 1	$y = 8x^2 + 2x - 1$
Función 2	$y = 2x^2 - 3x + 4$
Función 3	$y = 4x^2 - 4x - 3$



7) En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:

Función	Valor de a	Valor de b	Valor de c	Intersecciones (valor de la abscisa)	
				x ₁	x ₂
$y = 8x^2 + 2x - 1$					
$y = 2x^2 - 3x + 4$					
$y = 4x^2 - 4x - 3$					

8) Observa con atención los datos de la tabla anterior. Escribe en la sección de resultados una conjetura para obtener las intersecciones a partir de los parámetros a, b y c.

9) A partir de tu conjetura, indica cuáles son las intersecciones con el eje X para las siguientes ecuaciones y comenta los resultados en la sección correspondiente.

$$y = 2x^2 + x - 6$$

$$y = 3x^2 + x - 2$$

$$y = 9x^2 - 3x - 2$$

10) En una tercera ventana, introduce las funciones que se presentan a continuación. Todas ellas deben colocarse en la misma ventana.

Función 1	$y = x^2 - 4x + 5$
Función 2	$y = x^2 - 2x + 10$
Función 3	$y = x^2 + 1$

11) En la sección de resultados, copia y completa la siguiente tabla:

Función	Valor de a	Valor de b	Valor de c	Intersecciones (valor de la abscisa)	
				x ₁	x ₂
$y = x^2 - 4x + 5$					
$y = x^2 - 2x + 10$					
$y = x^2 + 1$					



- 12) Observa con atención los datos de la tabla anterior. En la sección de resultados, explica si es posible escribir una conjetura para obtener las intersecciones a partir de los parámetros a , b y c .

Resultados

Análisis

- 1) Gráficamente, ¿qué parámetro se relaciona con la intersección en el eje de las ordenadas?
- 2) ¿Cómo afecta a la gráfica la variación del parámetro a ?
- 3) ¿Qué pasaría con la gráfica si se modificara únicamente el signo del parámetro a ?
- 4) ¿Qué le sucede a la gráfica si el valor del parámetro b es cero?
- 5) ¿Qué le sucede a la gráfica si el valor del parámetro c es cero?
- 6) ¿Qué situación o fenómeno se parece a la gráfica de una función cuadrática?

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Las montañas rusas y las funciones polinomiales



Objetivo: Aplicar las funciones polinomiales en la vida real.

Investiga los siguientes temas:

- Definición de función.
- Definición de dominio de una función.
- Definición de contradominio de una función.
- Altura de la montaña rusa más alta de México y de la más alta del mundo.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Abre GeoGebra Clásico. Activa la Vista Gráfica y la Vista Algebraica.
- 2) Ve a la siguiente sección para leer el planteamiento del problema.
- 3) Grafica en GeoGebra la función que describe la bajada de la montaña rusa. Observa la gráfica e imagina cómo sería la montaña rusa en la vida real.
- 4) Con la herramienta Punto, ubica en la gráfica los dos puntos más altos de la bajada que planean el ingeniero y el físico. Recuerda que la altura está relacionada con el eje Y.
- 5) El punto más bajo de la bajada de la montaña rusa está ubicado en la coordenada $x = 1.2$. Ubica este punto en la gráfica con ayuda de la herramienta Punto.
- 6) El ingeniero y el físico han decidido comenzar un nuevo recorrido de la montaña rusa a partir de la coordenada $x = 3.4$. Ubica este punto en la gráfica con ayuda de la herramienta Punto.



- 7) Con la herramienta Segmento, mide el espacio comprendido entre el punto más alto de la bajada y el punto en el que los encargados desean hacer el cambio de recorrido.
- 8) Copia y pega tu gráfica en la sección de resultados junto con los puntos indicados en los pasos del 3 al 5.

Planteamiento del problema

Un parque de diversiones desea incluir como parte de sus más grandes atracciones una nueva montaña rusa con espectaculares bajadas a máximas velocidades para divertir a los asistentes. Uno de los ingenieros y uno de los físicos encargados de la construcción de la montaña rusa discuten sobre una de las bajadas más emocionantes. Dicha bajada comenzará a 120 m de altura, llegará a un punto bajo y, posteriormente, ascenderá hasta alcanzar los 60.77 m de altura para descender nuevamente. Además, planean otro recorrido que aún no han establecido. La bajada en la que trabajan actualmente está descrita por la función $f(x) = -20x^3 + 120x^2 - 200x + 119$. Considera toda la función, es decir, todos los valores reales.

Resultados



Análisis

- 1) ¿Cuáles son las coordenadas en x para los dos puntos más altos de esta bajada de la montaña rusa ($y = 120$ m; $y = 60.77$ m)?
- 2) ¿Cuál es la altura del punto más bajo de esta bajada?
- 3) ¿A qué altura se encontrará un carrito que baje por la montaña rusa en el punto donde el ingeniero y el físico desean cambiar de trayectoria ($x = 2.4$)?
- 4) De acuerdo con la gráfica y con lo estipulado en cuanto a las medidas de esta bajada, ¿cuál es el dominio de la función y cuál es el contradominio?
- 5) Si cada unidad en el eje de las x representa 100 m de distancia en la vida real, ¿cuál será el ancho de esta bajada de la montaña rusa?
- 6) Investiga las alturas de algunas montañas rusas que existen en el mundo. Con base en esa información, determina si es viable el diseño de la propuesta del ingeniero y el físico.

Conclusiones

 **Nombre**

 **Herramientas** GeoGebra

 **Tema** Funciones polinomiales y el caso de los valores imposibles



Objetivo: Identificar el dominio de ciertos tipos de funciones polinomiales y comprender el significado gráfico de asíntota y continuidad de una función.

Investiga los siguientes temas:

- Definición de función.
- Definición de dominio de una función.
- Definición de contradominio de una función.
- Definición de indeterminación en matemáticas.
- Definición de asíntota.
- Definición de continuidad de una función.
- Tabular y graficar una función en GeoGebra.



Conocimientos previos

Procedimiento

- 1) Grafica en GeoGebra, por separado, las siguientes dos funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \quad ; \quad f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

- 2) Observa ambas gráficas. Trata de explicar qué es lo que está sucediendo en cada una de ellas y por qué se cortan.
- 3) Identifica para qué valores se corta cada una de las gráficas (tanto en el eje X como en el eje Y).
- 4) En cada una de las hojas de las gráficas, con ayuda de la herramienta Hoja de Cálculo, tabula y grafica los valores tanto de x como de y para $x \in [-5, 5]$ con pasos de 0.5 para la primera gráfica y de 0.2 para la segunda.



- 5) Para la tabulación de la función:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

¿es correcto el resultado que arroja la tabla cuando $x = -2$? ¿Por qué?

- 6) Copia y pega tus gráficas junto con sus respectivas tabulaciones en la sección de resultados.

Resultados

Análisis

- 1) ¿Son continuas las gráficas? Explica tu respuesta.
- 2) ¿Alguna de las dos gráficas presenta asíntotas? ¿Cuál de ellas las presenta y en qué valores están?
- 3) ¿Qué pasa si en la función se sustituyen o evalúan los valores de x donde se obtienen signos de interrogación en la tabulación de la hoja de cálculo? Explica lo que suceden el caso de cada función.
- 4) ¿Cuál es el dominio y el contradominio de cada una de las funciones establecidas en esta práctica?
- 5) ¿Qué temas vistos anteriormente tienen relación con estas situaciones?



Conclusiones

La presente edición de
Prácticas de laboratorio
para la materia de álgebra.
Matemáticas I y II
fue maquetada por Alejandro Zamorano
en el Taller del Fondo Editorial
de la Universidad Autónoma de Querétaro.
El cuidado estuvo a cargo
de Cecilia M. Puga.
Se publicó en diciembre del 2022,
en Santiago de Querétaro, México.



Este manual de prácticas propone herramientas pedagógicas generadoras de entornos de aprendizaje que fomentan en los estudiantes la asimilación de los conocimientos obtenidos en Matemáticas. Lo anterior representa un gran reto, ya que los grandes cambios en los modelos educativos y el desarrollo acelerado de nuevas tecnologías modifican el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Durante la creación del presente cuadernillo de prácticas, los docentes de la Escuela de Bachilleres de la UAQ se dieron a la tarea de revisar los recursos tecnológicos disponibles y pertinentes en el contexto actual, con el fin de propiciar una mejor visualización de los conceptos aprendidos y una mayor comprensión de las aplicaciones de los conocimientos adquiridos en el aula.

La presente edición de *Prácticas de laboratorio para la materia de álgebra. Matemáticas I y II* es el resultado del esfuerzo conjunto de los docentes del área de matemáticas de la Escuela de Bachilleres de la UAQ, quienes pretenden que los estudiantes de esta institución tengan una mayor asimilación de los conceptos matemáticos.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

